गणित बनाम मैथमेटिक्स

चंद्रकांत राजू

टैगोर फेलो

भारतीय उच्च अध्ययन संस्थान, राष्ट्रपति निवास, शिमला १७१ ००५
ckr@ckraju.net

सारांश

मेरा मुद्दा है गणित की शिक्षा, और मैं कहना चाहता हूँ कि गणित पढ़ायें मैथमेटिक्स छोड़ें.

भाषा की राजनीती

आप को शायद अचरज हो रहा होगा कि मैं क्या कहना चाहता हूँ. गणित और मैथमेटिक्स में आखिर फर्क ही क्या है? लेकिन इसके बारे में आपकी जिज्ञासा पूरी करने से पहले यह समझा देता हूँ कि गणित पर हिंदी में कुछ कहने में क्या तकलीफ है.

छठी कक्षा की गणित की NCERT की हिंदी पाठ्यपुस्तक खोलें और उसमे angle की परिभाषा देखें.[1] इसमें एक विचित्र शब्द इस्तेमाल होता है "उभयनिष्ठ". यह शब्द हिंदी के शब्दकोश में मुझे नहीं मिला. संस्कृत के शब्दकोश में भी नहीं. हाँ संस्कृत के शब्दकोष में दो अलग अलग शब्द उभय और निष्ठ मिले, जिससे उभयनिष्ठ के अर्थ ("दोनो में निष्ठा") का अनुमान लगाया जा सकता है. शब्द क्लिष्ट है और गाव के स्कूल में दिहाड़ी मजदूर के बेटे को नहीं समझ आएगा. अंग्रेजी का शब्द "common" ज्यादा आसानी से समझेगा. खैर यह बात छोड़ दें, क्योंकि मैं "सिग्नल" बनाम "लोह पथ गामिनी आवत जावत सूचक चिन्ह" का किस्सा नहीं सुना रहा हूँ, हालांकि वह किस्सा मुझे बचपन में बहुत पसंद था.

सवाल यह है कि छठी के गणित में ऐसे क्लिष्ट शब्दों के आविष्कार की जरूरत ही क्या पड़ गयी? सिर्फ इसलिए कि इससे मिलती जुलती अवधारणा हमारी संस्कृति में नहीं पाई जाती, इसलिए बोलचाल के शब्द नहीं मिलते. लेकिन तुरंत अगला सवाल उठता है कि अवधारणा क्यों नहीं? पुराने ज़माने में रेलगाड़ी

1 NCERT, गणित, http://ncert.nic.in/textbook/textbook.htm?fhmh1=4-14. (p. 85).

नहीं थी यह तो स्पष्ट है. तो उसके लिए कोई न कोई नया शब्द चाहिए. लेकिन क्या angle की कोई भी स्वदेशी अवधारणा नहीं?

ऐसा तो नहीं है. ऋग्वेद (१.१६४.४८) में ३६० अंशों की बात है, और ऋग्वेद (१.१६४.११) में ७२० अर्ध अंशों की बात है. ऋक वेदांग ज्योतिष[2] (१०) में "भांशा" (अंश का लगभग १० वां हिस्सा) की बात आती है जो इतना सूक्ष्म है कि स्कूल ज्यामिति के उपकरणों से नहीं नापा जा सकता. याने कि angle की परिष्कृत स्वदेशी अवधारणा प्राचीन काल से ज़रूर है. लेकिन है या नहीं इस बारे में अनुवादक ने सोचा नहीं. और बाकी कमिटी के जो सदस्य थे उनमे से भी किसी नें न सोचा न जाना, कई दशकों तक. और करोड़ों शिक्षकों और विद्यार्थियों ने सवाल उठाया नहीं. अज्ञान के इतने गहरे अंधकार को शिक्षा प्रमाली द्वारा कम उम्र से फैलाने का दोष हमारा है और उसे दूर करना कोई आसान काम नहीं.

तो पहले तो यह बता दूं कि angle शब्द अंग्रेजी में बार बार क्यों इस्तेमाल कर रहा हूँ. इस शब्द angle का प्रचलित अनुवाद "कोण" है. तो कोण क्यों नहीं कहता? क्योंकि यह अनुवाद गलत है. कोण शब्द पुराने ज़माने में प्रचलित नहीं था. १७२३ में सम्राट जगन्नाथ ने युक्लिड की ज्यामिति का फारसी से संस्कृत में रेखा गणित[3] नाम से अनुवाद किया, जंतर मंतर वाले सवाई जयसिंह के कहने पर. तबसे यह शब्द प्रचलित हुआ. इससे पहले अगर सोलहवीं सदी तक के नीलकंठ के आर्यभटीयभाष्य या शंकर वारियर के तंत्रसंग्रहव्याख्या / युक्तिदीपिका (२.४४०-४४१) इत्यादि को देखें तो उसमे **चाप शब्द इस्तेमाल होता है, कोण हरगिज नहीं**. जैसे कि उस विख्यात श्लोक में "निहत्य चाप वर्गेण चापं तत्तत फलानी च".

दोनों शब्द, कोण और चाप, के भिन्न अर्थ है. अवधारणायें भी अलग हैं. पहली बात तो यह कि कोण दो सरल रेखाओं से बनता है, चाप एक वक्र रेखा है. वक्र रेखा की लम्बाई को कम्पास बॉक्स के किसी उपकरण से नहीं नापा जा सकता. उसके लिए सुतली या रज्जू की ज़रुरत पड़ती है. हमारी

2 *Vedanga Jytoisa of Lagadha in its Rk and Yajus Recensions*, trans. T. S. Kuppanna Sastry, ed. K. V. Sarma, Indian National Science Academy, Delhi, 1985. Rk 10-11. A *bhamsa* is approximately 0.1°,

3 Samrat Jagannath, [1723] *Rekhaganita*, vol. 1, ed. K. P. Trivedi, Govt. Central Book Depot, Bombay, 1901.

और मिस्त्र की प्राचीन ज्यामिति वक्र रेखा पर टिकी थी सरल रेखा पर नहीं. इसलिए ज्यामिति का पुराना नाम था रज्जू गणित था न कि रेखा गणित. उपनिवेशवाद ने हमें ज्यामिति सरल रेखा के आधार पर सिखायी . इसलिए नए शब्दों के आविष्कार की ज़रुरत पड़ गयी जैसे कि हम ज्यामिति से पहले अनभिज्ञ थे.

वैसे दो अवधारणाओं में कुछ समानता तो जरूर है. चाप की अवधारणा वृत्त से जुडी है. अगर चाप के दो छोरों को वृत्त के केंद्र से जोड़ दें तो दो सरल रेखाओं वाला कोण नज़र आने लगेगा. व्रत्त का केंद्र ही है वह उभयनिष्ठ बिंदु जिसकी चर्चा हो रही है. व्रत्त का केंद्र सभी समझते हैं. इसलिए उभयनिष्ठ शब्द की ज़रूरत कभी नहीं पड़ी. इस शब्द की तभी ज़रुरत पड़ती है जब कोण की परिभाषा से वृत्त को अलग किया जाता है. वैसे दो सरल रेखाओं से चार कोण बनते हैं. इसलिए किस कोण की बात हो रही है, यह दर्शाने के लिए चाप दर्शाया जाता है. लेकिन अक्सर लोगों को इस के बारे में पता नहीं कि चाप ही क्यों दर्शाया जाता है

हमारी angle की प्राचीन अवधारणा और पश्चिमी अवधारणा में कौन सी अवधारणा बेहतर है? इस बारे में हमने कभी सोचा नहीं. मजेदार बात यह है कि हम आज भी सोचने से इनकार करते हैं. उपनिवेशवाद के जमाने में किसी की इतनी हिम्मत नहीं हुई कि दोनों किस्म की अवधारणाओं की तुलना करें और शायद इस निश्चय पर पहुंचे कि हमारी अवधारणा बेहतर है. हम सब के सब चर्च के उस शुरुआती प्रचार में फंस गए कि सभी गैर पश्चिमी चीज घटिया है और पश्चिमी चीज उत्कृष्ट है इसलिए दोनों के बीच कभी भी तुलना की जरूरत नहीं है. आज भी बार-बार कहने पर भी राष्ट्रवादी सरकार ने सार्वजनिक रूप से तुलना नहीं करने का दृढ़ संकल्प बना रखा है. हमारी सरकार आज भी चर्चा की जगह चर्च के वही पुराने प्रचार का आगे बढ़ा रही है. हमारी आज भी यही सोच है कि अपना दिमाग लगाने से विज्ञान का नुकसान होगा और अंधविश्वासी तरीके से पश्चिम की नकल से ही विज्ञान की उन्नति हो सकती है. लगता है हमने विज्ञान शब्द का मूल अर्थ ही नहीं सीखा.

चाप वाली प्राचीन अवधारणा विज्ञान से, ख़ास तौर से खगोल शास्त्र से, जुडी है. पृथ्वी गोल है, हालांकि बाइबिल में यह मान्यता है कि पृथ्वी चपटी है.[4] और आकाश भी गोल नज़र आता है. इस पर जो भी रेखा खींचेंगे वह वक्र रेखा होगी. ग्रहों की गति समझने के लिए हमें ३६० अंशों से ज्यादा की ज़रुरत हो सकती है. यह बात चाप की अवधारणा में बहुत स्वाभाविक रूप से आती है दो सरल रेखा वाले कौण में नहीं. ग्रहों की प्रतिगामी गति के लिए हमें ऋणात्मक चाप की ज़रुरत हो सकती है, और ऋणात्मक कोण की बात केवल कृत्रिम तरीके से ही हो सकती है. खैर हमने बगैर दोनों की तुलना किये अन्धविश्वासी तरीके से यह मान लिया कि angle की विदेशी अवधारणा उत्कृष्ट है विज्ञान के लिए.

अन्धविश्वासी लोग अक्सर मूर्ख भी होते हैं. इसलिए भाषा की बात पर दोबारा जरा गौर करें. हमें विदेशी अवधारणा तो मंज़ूर है, और वही अवधारणा हम सिखाना भी चाहते हैं. लेकिन उसके लिए विदेशी शब्द मंज़ूर नहीं. हमारी भाषा की शुद्धिकरण की राजनीति यही कहती है. अंग्रजी में यह दिक्कत नहीं आती है: जहाँ नयी अवधारणा है वहां नया शब्द अपना सकते है. मालूम नहीं हिंदी बोलने वाले अंग्रेजी या फारसी या उर्दू आदि से शब्द अपनाने में इतना असुरक्षित क्यूं महसूस करते है. प्राइमरी स्कूल में मास्टर जी हमेशा यही सिखाते थे "और" की जगह "तथा" लिखो.

लेकिन अहम् बात यह है कि हमारी भाषा की राजनीती नें भाषा के शुद्धिकरण पर जोर दिया सही अवधारणा पर नहीं. इससे बहुत नुक्सान हुआ. बहुत सारे शब्दों का अनुवाद न केवल क्लिष्ट है, वह गलत भी है. और वे गलत अनुवाद प्रचलित हो चुके हैं. आज भी यह भाषा की राजनीति बड़े जोर शोर से चालू है. यह राजनीति चलाने वाले कब समझेंगे की भाषा की शुद्धता के बजाय विचारों की शुद्धता की ज्यादा जरूरत है. इसी में हमारा फायेदा है.

अनुवाद गलत क्यों है? 20 साल पहले जब मैं अपनी किताब Cultural Foundations of Mathematics लिख रहा था तब आर्यभट के एक श्लोक का एक शब्द अस्पष्ट लगा. तो मैंने अपनी भतीजी से पूछा, उसने और उसके पति दोनों नें संस्कृत में पीएचडी करी है. लेकिन यह दो संस्कृत के पीएचडी

4 http://ckraju.net/hps-aiu/flat-earth-in-Bible.txt. इसके विपरीत हिंदुस्तान में अवधारणा थी कि पृथ्वी गोल है यह भूगोल नाम से ही स्पष्ट है. आर्यभट का कहना है है (गोल 7) कि पृथ्वी कदंब के फूल के समान गोल है.

मिल कर एक शब्द का अनुवाद नहीं कर पाए. क्योंकि अनुवाद करने के लिए संस्कृत का ज्ञान काफी नहीं है, विषय का ज्ञान ज़रूरी है, और वह उनके पास नहीं था और न ही हमारी स्कूली पाठ्य पुस्तक के अनुवादकों के पास है. इस तरह से हमारी शिक्षा अज्ञान फैलाती है.

हिन्दुस्तान में मैथमेटिक्स का ज्ञान तो वैसे ही बहुत कम है. ज्यादातर IIT के मैथमेटिक्स के प्रोफेसर भी नहीं समझते, संस्कृत का पंडित क्या समझेगा. मैं IIT में मैथमेटिक्स में पीएचड के लिए भरती हुआ[5] लेकिन ३ महीने में छोड़ दिया क्योंकि प्रोफेसर छोटे से सवाल का जवाब नहीं दे पाया और उसने कुबूल किया कि उसे मैथमेटिक्स नहीं आता है.

खैर गलत अनुवाद प्रचलित हो जाने के कारण हिंदी में गणित के बारे में कुछ सोचने-कहने में बहुत तकलीफ है. जहाँ सोचने के लिए सही शब्द ही नहीं वहां सही सोच कैसे हो सकती है? भाषा के शुद्धिकरण पर जोर देने से विचार अशुद्ध जाते हैं. इस राजनीति से हमारे लोगो को बहुत नुक्सान हुआ है, हालाँकि ज्यादातर लोग अभी तक यह बात समझे नहीं और प्रचलित गलत अनुवाद पर डटे हैं.

याने कि जिन बातों पर मैं बोलना चाहता हूँ उन बातों पर हिंदी में सही विचार करना बहुत मुश्किल है. बात दोहरा दूं **शब्द तो है हिंदी में लेकिन सही शब्द नहीं है**. सब तरह के गलत शब्द प्रचलित हैं. और यह गलत अनुवाद लोगों को भ्रमित करते हैं.

गणित बनाम मैथमेटिक्स

अब मुख्य बिंदु पर लौटते हैं. मैं कहना चाहता हूँ, गणित पढाये मैथमेटिक्स छोड़ें. इस बात पर अचरज इसलिए होता है कि मैथमेटिक्स शब्द का प्रचलित हिंदी अनुवाद गणित है. लेकिन यह प्रचलित अनुवाद गलत है, और यह अनुवाद अवधारणाओं की भिन्नता को नज़रंदाज़ करता है.

पिछले 7 साल से कह रहा हूं कि यह अनुवाद गलत है. गणित और मैथमेटिक्स में फर्क है.[6] लेकिन लोगों को यह बात समझा नहीं पाया क्योंकि लोगों के दिमाग में मैथमेटिक्स का गलत अनुवाद ठोक ठोक कर गणित बन कर बैठा है. २०१३ में इस पर व्याख्यान भी दिया इंदौर के अभ्यास मंडल में. समझाया कि गणित व्यवहारिक है जबकि मैथमेटिक्स को पश्चिम में अफलातून के ज़माने से ही अध्यात्म से जुड़ा है. पांच अख़बारों ने मेरे

5 "Idiots and IIT", http://ckraju.net/blog/?p=41.

6 मैथमेटिक्स और गणित में फर्क है. नईदुनिया २५ मई २०१३. http://ckraju.net/press/2013/Naidunia-article.gif.

वत्कत्व्य की गलत रिपोर्टिंग करी जैसे कि यह कह कर कि "गणित करना अध्यात्म जैसा".[7] याने कि गलती मेरी ही थी. मैं सही समझा नहीं पाया कि गणित और मैथमेटिक्स समानार्थक शब्द नहीं हैं. वैसे फारसी में दो अलग अलग शब्द मिलते है, गणित के लिए हिसाब और मैथमेटिक्स के लिए रियाज़ियत जिसका कुछ कुछ अर्थ है मानसिक कसरत और इसको योग या मिस्त्र के रहस्यवाद से जोड़ना सही होगा.

गणित और मैथमेटिक्स में क्या फर्क है? इस पर शिमला के उच्च अध्ययन संस्थान में अब पूरी किताब लिख रहा हूं गणित बनाम मैथमेटिक्स. शोध का पूरा शीर्षक है **"Ganita vs formal mathematics: re-examining mathematics, its pedagogy, and the implications for science"**.

गणित और मैथमेटिक्स में अंतरों का सारांश

गणित और मैथमेटिक्स में कई फर्क हैं,[8] लेकिन यहाँ **सिर्फ चार फ़र्कों का जिक्र करूंगा.** क्योकिं हिंदी में बहुत सारे गलत अनुवाद प्रचलित हैं, इसलिए पहले अंग्रेजी में कह देता हूँ, फिर अनुवाद करूंगा.

1. Though both ganita and math have both proof and calculation, in ganita the emphasis is on calculation, formal math focuses on proof.
2. All practical value comes from calculation not formal proof.
3. Proofs in ganita (as in science) are based on BOTH reasoning and empirical facts; proofs in formal math are based on a unique type of reasoning which excludes anything empirical. The empirical is prohibited in (formal) math.
4. Ganita is practical, mathematics is religious.

कैल्कुलेशन बनाम सबूत

पहले बिंदु का अनुवाद करना इसलिए मुश्किल है क्योंकि calculation के लिए गणित ही सही शब्द है (परिकलन कहा जा सकता है, लेकिन फिर सवाल यह उठेगा कि परिकलन और गणित में क्या फर्क है.) मेरा टूटा-फूटा अनुवाद यह है, कि **"गणित में हिसाब पर जोर है, मैथमेटिक्स में सबूत पर"**. याद रहे कि हिसाब शब्द अल ख्वारिज्मी ने हिन्दुस्तानी

7 http://ckraju.net/press/2013/Indore-report-4-Navabharat.gif.
8 Ganita vs formal math, http://ckraju.net/papers/abstract-2-iias.pdf,

गणित के लिए इस्तेमाल किया, अपने "हिसाब अल हिन्द" नामक किताब में, जिससे हिन्दुस्तानी गणित दुनिया भर में मशहूर हुआ और फैला. खैर अनुवाद की बात में दोबारा नहीं फसना है. अवधारणा पर फोकस करते हैं.

याने कि गणित में जोर इस बात पर होता है, कि एक और एक दो होते हैं. मैथमेटिक्स में जोर इस बात पर होता है कि एक और एक दो क्यों होते हैं, एक और एक दो होते हैं इसका सबूत क्या है?

Mathematician (गणितज्ञ नहीं) क्या करता है? वह प्रमेय (theorem) का सबूत देता है. जैसे कि शकुंतला देवी तेजी से गणित (calculate) करती थी. वह मैथमेटिक्स नहीं जानती थी. उसने कोई प्रमेय नहीं सिद्ध किया. मंजुल भार्गव तेजी से गणित (calculate) नहीं करता. वह मैथमेटिक्स करता है, प्रमेय सिद्ध करता है.

और एक उदहारण दे दूं. कई बार शुल्ब सूत्र में पाइथागोरस प्रमेय की बात आती है. बार बार ये दावा होता है कि हमने पहले किया. अब यह बात मान लेते है कि शुल्ब सूत्र पाइथागोरस और उसके अनुयायियों के पहले से था. लेकिन असली पूर्व पक्ष बहुत कम समझते हैं. पूर्व पक्ष यह है कि पाइथागोरस ने **सबूत** सबसे पहले और सही तरीके से दिया. वह भी पूरा झूठ है यह अलग बात है और थोड़ी देर में उस बात पर आता हूँ. पूर्व पक्ष का खंडन करने के पहले पूर्व पक्ष समझें तो सही. दोहरा दूं, पूर्व पक्ष यह है कि पाइथागोरस ने सबसे पहले प्रमेय का सही विधि से सबूत दिया.

बाकी दुनिया (मिस्त्र, इराक, हिंदुस्तान आदि) में जो लोगों ने किया वह मैथमेटिक्स नहीं क्योंकि उसमे सबूत नहीं. ऐसा हमारी नवीं की पाठ्य पुस्तक आज भी सिखाती है.[9]

इस पूर्व पक्ष का सही जवाब पहले तो यह है कि हमने गणित किया मैथमेटिक्स नहीं. मानव शुल्ब सूत्र (१०.१०) में कर्ण को calculate करने की विधि है, वर्गमूल निकालकर. "आयामम आयामम गुणं विस्तारं विस्तरेण तु, समस्य वर्गमूलं यत्तत कर्ण तद विदों विदु:" वर्गमूल निकालने की विधि मिस्र में थी और इराक में भी लेकिन पैथागोरस या यूनानियों के पास नहीं थी और पश्चिम के पास भी नहीं थी. उन्हें भिन्न लिखना ही नहीं आता था तो भला वर्गमूल कैसे निकालते? (रोमन अंकों में भिन्न लिखने की विधि कभी आई ही नहीं, और ग्रीक अंकों में तुर्की में आठवीं सदी के बाद आई.)

वैसे तो यूरोपी अंकगणित में सिर्फ पिछड़े ही नहीं थे, उन्हाने अंकगणित (अरबी अंक) हमी से सीखा. ख़ास तौर से पश्चिम ने वर्गमूल निकालने की विधि हम से ही सीखी. $\sqrt{2}$ को surd बोलते हैं. Oxford English Dictionary में

9 https://www.youtube.com/watch?v=33bNGTMGJso,

देखें तो surd शब्द का मूल लातिनी surdus से है, जिसका अर्थ है बेहेरा. २ का वर्गमूल बेहेरा क्यों? इसलिए कि १२ वीं सदी में उन्होंने भी लातिनी में गलत अनुवाद किया. जैसे कि मानव शुल्ब सूत्र के श्लोक से जाहिर है उसमें पाइथागोरस प्रमेय आयत के संदर्भ में है ना की समकोण त्रिभुज के संदर्भ में. अगर आयत की लम्बाई और चौड़ाई दोनों इकाई है, तो उसका कर्ण ही २ का वर्गमूल होता है. लेकिन कर्ण का मतलब कान भी है, और अनुवादक ने "ख़राब कर्ण" को "ख़राब कान" बना दिया याने कि बेहरा. और हम पश्चिम की नकल करने के इतने आदि हो गए हैं, कि हम बन्दर और टोपी की कहानी के सामान उस गलती की भी आज बन्दर के सामान नक़ल करते हैं.

व्यावहारिक लाभ कैलकुलेशन से सबूत से नहीं

दूसरी बात यह है की व्यावाहिरिक लाभ कैलकुलेशन से होता है ना कि सबूत से. किराने की दुकान में हम जब ₹7 की 12 चीजें खरीदते हैं तो व्यवहारिक फायदा यह जानने से है की 12 सत्ते 84 होता है. इसके सबूत से कोई फायदा नहीं. अगर हमें कोई घर या वेदी इत्यादि बनाना हो तो उसके लिए कैलकुलेशन की जरूरत होती है सबूत की नहीं. राजमिस्त्री कैलकुलेशन समझता है सबूत नहीं. और मंजूल भार्गव ने जिन प्रमेयों का सबूत दिया उनका किसी एक का भी किसी भी हिंदुस्तानी को कोई भी व्यवहारिक लाभ नहीं हुआ.

ऐसा उदाहरण में 20 साल पहले भी दे चुका हूं[10] और इसका एक हाल ही में वीडियो भी है.[11] सट्टा बाजार समझने के लिए stochastic differential equations driven by Levy motion की जरूरत पड़ती है.

इनका हल हो सकता है इसका आज तक भी कोई सबूत नहीं है लेकिन व्यवहार में हल कैलकुलेशन से निकला जा सकता है और इससे फायदा हो सकता है.

मैथमेटिक्स में प्रत्यक्ष वर्जित

मेरे ख्याल से कैलकुलेशन और सबूत की बात आप कुछ कुछ समझ गए होंगे.

लेकिन थोडा और समझा दूं. गणित में कैलकुलेशन पर जोर था. लेकिन इसका कतई यह मतलब नहीं कि सबूत लुप्त था. गणित के बारे में यह गलत मिथ्या प्रचलित है, और उसका बार-बार खंडन करना ज़रूरी है क्योंकि हमारी नवीं की पाठ्य पुस्तक भी इस झूठी मिथ्या को फैलाती है, नयी शिक्षा नीति के बाद भी.

---

10 C. K. Raju, 'Computers, Mathematics Education, and the Alternative Epistemology of the Calculus in the Yuktibhāṣā', *Philosophy East and West* 51, no. 3 (2001): 325–362, http://ckraju.net/papers/Hawaii.pdf.

11 C. K. Raju, *Statistics for Social Science and Humanities: Should We Teach It Using Normal Math or Formal Math?*, 2020, https://www.youtube.com/watch?v=A9Og1k-Z5O4.

असली बात छुपाई जाती है की मैथमेटिक्स में तर्क और सबूत एक विशेष प्रकार का ही हो सकता है जो चर्च को मान्य है और जिससे क्रिस्तानी तार्किक कलाम (Christian rational theology) को सहूलियत हो. ज्यादातर हिंदुस्तानी ना तो मैथमेटिक्स समझते हैं ना ही उन्होंने क्रिस्तानी तार्किक कलाम का नाम भी सुना इसलिए इन दोनों का रिश्ता समझाना जरा मुश्किल है

सबसे सरल उदहारण एक और एक दो का है. इसका प्रत्यक्ष प्रमाण तो बहुत सरल है और हम उसे किंडरगार्टन में सिखाते हैं कि अक अनार और अक अनार मिलकर दो अनार बनते हैं. इतना आसान कि इसके अलग से सबूत की कोई ज़रुरत नहीं.

लेकिन मैथमेटिक्स में प्रत्यक्ष प्रमाण वर्जित है, इसलिए यह सबूत मान्य नहीं. इसलिए बरट्रांड रसेल को १+१=२ सबूत के लिए ३७८ पन्ने लग गए. (लेकिन इतना लम्बा और कठिन होने से सबूत उत्कृष्ट नहीं हो जाता.)

लेकिन हिंदुस्तान में सभी दर्शनों ने प्रत्यक्ष प्रमाण माना इसलिए गणित में भी प्रत्यक्ष प्रमाण मंज़ूर है, और पैथागोरस प्रमेय का हिन्दुस्तानी सबूत भी प्रत्यक्ष प्रमाण पर आधारित है. उदाहारण के लिए मेरा २० साल पुराना हवाई का लेख देख ले.[12] याने कि पहले तो हम ताड़ के पत्ते पर चित्र बनाते हैं, फिर उसे दर्शाये हुए तरीके से काटते हैं और फिर कटे हुए भागों गो घुमा कर देखते हैं कि दोनों क्षेत्रफल बराबर हैं.

लेकिन प्रत्यक्ष प्रमाण पर आधारित सबूत को मैथमेटिक्स में सही सबूत नहीं माना जाता, प्रत्यक्ष प्रमाण मैथमेटिक्स में वर्जित है. मैथमेटिक्स में सबूत एक विशेष प्रकार का हीं हो सकता जिसका प्रत्यक्ष से तलाकशुदा होना ज़रूरी है.

याने कि अहम् बात यह है, कि **गणित में प्रत्यक्ष प्रमाण मंजूर है मैथमेटिक्स में नहीं.** (Empirical proofs are accepted in ganita, but prohibited in mathematics.)

और एक उदहारण दे दूं. जैसे कि आर्यभट ने भी कहा (गणित १३) में "साध्या जलेन सम्भूरध उर्धव्म लम्बकेनैव".

याने कि समतल जानने के लिए जल का इस्तेमाल करो और ऊर्ध्व जानने के लिए लम्बक का. यह तो बहुत साधारण सी बात है अगर ढाल होगी तो पानी बह जाएगा. सभी मिस्त्री करते हैं. देखा होगा आपने भी. इसकी खासियत क्या है? यह प्रत्यक्ष प्रमाण पर आधारित है. आप जल को या लम्बक को इन्द्रियों के सहारे ही

12 Raju, 'Computers, Mathematics Education, and the Alternative Epistemology of the Calculus in the Yuktibhāṣā'.

देख सकते हैं. और गणित में हमेशा से प्रत्यक्ष प्रमाण स्वीकृत है. याने कि गणित में भी पैथोगारस प्रमेय का प्रमाण तो मिलता है, लेकिन वह प्रत्यक्ष प्रमाण पर आधारित है.

लेकिन यह विकृति अत्यधिक प्रचलित है कि गणित में सबूत नहीं था या तर्क ही नहीं था. हालांकि जो हिंदुस्तानी फ़लसफ़े के बारे में जो रत्ती भर भी जानता है उसे मालूम होना चाहिए कि हिंदुस्तानी फ़लसफ़े में (लोकायत को छोड़) दोनों प्रत्यक्ष और अनुमान (तर्क) माने जाते हैं.

यह मिथ्या भी बहुत प्रचलित है कि तर्क पश्चिम की देन है.[13] सच बात तो यह है कि पश्चिम ने तर्क १२ वीं सदी के बाद अरबी-इस्लामी साहित्य (इब्न रोश्द इत्यादि) से सीखा, और उसके बारे में झूठा इतिहास गढ़ा कि यह चर्च की विरासत है क्योकिं यह अरस्तु की देन है. सच्चाई तो यह है कि नकली अरस्तु (Aristotle of Toledo) के बहुत पहले से और असली अरस्तु (Aristotle of Stagira) के भी पहले से लोकायत को छोड़ सभी हिंदुस्तानी दर्शन अनुमान को प्रमाण मानते हैं. अरबी साहित्य में जो तर्कक्रम अरस्तु का बतलाया गया है वह न्याय फलसफे का अवयव है.[14]

खैर इतिहास को छोड़ यह तो भ्रान्ति है ही कि अगर प्रत्यक्ष मंजूर है तो तर्क हो ही नहीं सकता. विज्ञान में प्रत्यक्ष मंज़ूर है, तो क्या उसमे तर्क नहीं इस्तेमाल होता? वैसे गणित से ही एक और उदहारण दे दूं. आर्यभट ने सुन्दर उपमा दी (गोल ७) कि पृथ्वी (भूगोल) कदम्ब के फूल के समान है. पृथ्वी गोल है इसका कोई प्रत्यक्ष प्रमाण उस ज़माने में आधारित नहीं था, आर्यभट ने अंतरिक्ष में जाकर पृथ्वी को नहीं देखा. जैसे आर्यभट के अनुयायी लल्ल (शिश्यधीवृद्धिद, मिथ्याज्ञाननिराकरणम, २०.३६) समझाते हैं दूर के झाड दिखते नहीं (और जहाज क्षितिज में विलीन हो जाता है, और क्षितिज गोलाकार है). इस प्रत्यक्ष अवलोकन से यह अनुमान लगाया जाता है कि पृथ्वी गोल है, और उसकी त्रिज्या को नापा भी जा सकता है, जैसे मेरे विद्यार्थी भी कर चुके हैं.[15]

---

13 C. K. Raju, 'Benedict's Maledicts', Zmag, 2006, https://zcomm.org/znetarticle/benedicts-maledicts-by-c-k-raju/; also, 'Benedict's Maledicts', Indian Journal of Secularism 10, no. 3 (2006): 79–90.

14 C. K. Raju, 'Logic', in *Encyclopedia of Non-Western Science, Technology and Medicine*, ed. Helaine Selin (Dordrecht: Springer, 2016 2008), http://ckraju.net/papers/Nonwestern-logic.pdf.

15 http://ckraju.net/blog/?p=89.

बात दोहरा दूं. प्रचलित मिथ्याओं के विपरीत, गणित में सबूत थे और वह प्रत्यक्ष और अनुमान (तर्क) दोनों पर आधारित थे.

तर्क पश्चिम में पैदा हुआ यह मिथ्या कहां से शुरू हुई? पश्चिम में क्रुसेड के दौरान क्रिस्तानी तार्किक कलाम नें जो तर्क विकसित किया उसे “चर्ची तर्क” कह सकते हैं. इस चर्ची तर्क की खासियत यह है कि इसमें प्रत्यक्ष वर्जित है, इसे ”चर्ची तर्क” कहना उचित है क्योंकि प्रत्यक्ष को वर्जित करने से ना विज्ञान का फायदा होता है ना सत्य का. लेकिन चर्च की हठधर्मिता प्रत्यक्ष के द्वारा खंडित होने से बचती है. तो चर्च का जरूर अत्यंत फायदा होता है. क्योंकि यूरोपीय मानसिकता पर तब चर्च का केवल दबदबा नहीं पूरा वर्चस्व था इसलिए इस प्रकार का चर्ची तर्क मैथमेटिक्स में भी आ गया. अगर हम मैथमेटिक्स विज्ञान के लिए करते हैं तो इसमें प्रत्यक्ष वर्जित करने की क्या जरूरत?

मैथमेटिक्स में प्रत्यक्ष प्रमाण वर्जित है. बल्कि किसी भी प्रकार से प्रत्यक्ष ही वर्जित है. ज्यामिति से और एक उदहारण देता हूँ.

छठी की पाठ्यपुस्तक सिखाती है कि ज्यामितीय बिंदु अदृश्य होता है. और न ही आप बिन्दु को किसी और इन्द्रियों के सहारे जान सकते, न छू सकते हैं न सूंघ सकते हैं. ज्यामितीय बिदु अद्रश्य होना आबशक है क्योंकि यह मान्यता है कि ज्यामितीय बिंदु की कोई साइज नहीं है, कोई विस्तार नहीं है, जैसे साईज असली बिंदु (डॉट) की होतीं है. .

बिंदु का अदृश्य होना आवश्यक इसलिए भी है क्योंकि नवीं की पाठ्यपुस्तक यह axiom सिखाती है कि दो अदृश्य बिंदुओं को सिर्फ एक ही सरल रेखा से जोड़ा जा सकता है. ये टिपण्णी भी कर दूं कि axiom याने मान्यता या परिकल्पना को "स्वयंसिद्ध" कहना एकदम गलत अनुवाद है. यह बात पाठ्य पुस्तक भी सही सिखाती है, कि axiom और postulate (मान्यता, परिकल्पना) में कोई फर्क नहीं.

अगर बिंदु की कोई साइज होगी और डॉट के सामान दिखेगा तो यह परिकल्पना तुरंत ही झूठी साबित हो जाएगी क्योंकि दो दृश्य बिंदुओं (या दो डॉट) को एक से ज्यादा सरल रेखा से जोड़ा जा सकता है.

याने कि प्रत्यक्ष को हटाकर शुरू से मैथमेटिक्स के सहारे पाखण्ड सिखाया जाता है. परिभाषा में प्रत्यक्ष नहीं, व्यावहार में तो ज़रूरी है बच नहीं सकते.

प्रत्यक्ष हटा देने से बच्चा खुद होकर बिंदु के बारे में कुछ नहीं जान सकता. पश्चिम की बताई हुई परिकल्पना पर पूरी तरह निर्भर हो जाता है. पश्चिम का मानसिक गुलाम बन जाता है. यह पहला कदम है आपको पश्चिम के आधीन बनाने का जो हमारी समझ में आज तक नहीं आया. .

यह भी याद रहे कि प्रत्यक्ष को वर्जित कर देने से हिदुस्तानी सारे दर्शन एक ही वार में ख़त्म कर दिए जाते हैं, क्योंकि सभी हिन्दुस्तानी दर्शन प्रत्यक्ष को पहला प्रमाण मानते हैं. याने आपकी सारी सोच घटिया करार दी जाती है. यह हम अब भी सिखाते हैं. मालूम नहीं यह छोटी सी चाल समझने में हमें और कितने सदियाँ लगेंगी.

अंतरों का एक परिणाम: १+१=२ की मैथमेटिक्स में कठिनाई

प्रत्यक्ष प्रमाण को हठा देने से मैथमेटिक्स बहुत कठिन जो जाता है. १+१=२ का सबूत बहुत कठिन हो जाता है. यह तो हम देख ही चुके है, लेकिन कितना कठिन इसका शायद आपको अनुमान नहीं होगे. अभी हाल में JNU में भाषण दिया.[16] वहा दस लाख के इनाम का ऐलान किया १+१=२ के सबूत के लिए.

16 Statistics for social science and humanities: should we teach it using normal or formal math. https://www.youtube.com/watch?v=A9Og1k-Z5O4.

याद रहे मैथमेटिक्स में १ के अनेक अर्थ है. 1 as a cardinal, 1 as a natural number, 1 as an integer, 1 as a rational number, 1 as a real number, 1 as a truth value etc. मैथमेटिक्स में यह सब अलग चीजें हैं. रसेल का १+१ = २ का सबूत सिर्फ cardinal numbers तक सीमित है. और मैं फिलहाल १ "वास्तविक संख्या: (real numbers) की बात कर रहा हूँ, जो नवी की कक्षा से ही सिखायी जाती है. (नवी की पाठ्यपुस्तक का पहला अध्याय देखें.)

दस लाख के इनाम का ऐलान इस लिए किया कि आप को कुछ अहसास तो हो कि मैथमेटिक्स क्या चीज़ है और वह गणित से कितना भिन्न है. आपको कुछ यह भी एहसास हो कि हमारे बड़े-बड़े विश्वविद्यालयों के बड़े-बड़े प्रोफेसरों को 1+1=2 का मैथमेटिक्स में कारण नहीं मालूम लेकिन फिर भी उनका पूरा अंधविश्वास है कि पश्चिम के तौर तरीके ही सबसे बेहतर है. इसी तरह हमारे तर्कवादी लोगों को भी साधारण तर्क और चर्च के तर्क के बीच में फर्क नहीं मालूम. दोनों के लिए एक ही शब्द इस्तेमाल करते हैं, और दोनों अर्थों में विरोधाभास नहीं समझ आता.

इतनी कठिनाई क्यों है यह भी समझा दूं. वह इसलिए कि "वास्तविक संख्या" १ की परिभाषा के लिए अनंत की विशेष परिकल्पना ज़रूरी है, जो विशेष परिकल्पना चर्च की अनंत काल की परिकल्पना से जुडी है.[17] इसी गैर-वास्तविक 'वास्तविक संख्या" की परिकल्पना पर आज कैलकुलस याने सारा विज्ञान आधारित है. यह अनंत काल की परिकल्पना हिन्दू धर्म में अनंत काल कि परिकल्पना के बिलकुल विपरीत है, इतना विपरीत कि चर्च ने उसे अपना सबसे बड़ा श्राप दिया.[18] यह लम्बी बात हैं. बर्लिन के वक्तव्य का विडियो देख लें.[19]

सेकुलर गणित और मजहबी मैथमेटिक्स

17 C. K. Raju, 'Eternity and Infinity: The Western Misunderstanding of Indian Mathematics and Its Consequences for Science Today', *American Philosophical Association Newsletter on Asian and Asian American Philosophers and Philosophies* 14, no. 2 (2015): 27–33.

18 C. K. Raju, "The curse on 'cyclic' time", *The Eleven Pictures of Time*, Sage. 2003, chp. 2.

19 https://www.youtube.com/watch?v=jltPVAkOVLg.

यह चौथा बिंदु है. **गणित व्यवहारिक है, मैथमेटिक्स मझहब से जुड़ा है.**

आपको शायद फिर से अचरज होगा. लेकिन मैथमेटिक्स और मजहब का रिश्ता बहुत पुराना है. मिस्त्र की रहस्यवादी ज्यामिति के समय से. रहस्यवाद केवल काव्य में नहीं पाया जाता, ज्यामिति में भी पाया जाता है.

याने मैथमेटिक्स अध्यात्म से जुड़ा है. इसका वर्णन हमें अफलातून में मिलता है. उदाहरण के लिए सुकरात और गुलाम लड़के की प्रसिद्ध कहानी में.[20] पश्चिमी लोग मैथमेटिक्स के अध्यात्म से रिश्ते की बात को तुरंत समझ जाते हैं, क्योंकि वहां के अल्प शिक्षित लोग भी कुछ तो जानते हैं अफलातून के बारे में.

मैथमेटिक्स शब्द की व्युत्पत्ति ही mathesis से हुई है, और अफलातून का कहना है, वह हमारे आतंरिक ज्ञान से जुड़ा है. यह बात अफलातून अपने कई संवाद में समझाता है. जिसे हम सीखना (mathesis) कहते हैं वह केवल पिछले जन्मों की याददाश्त जगाने की प्रक्रिया है. ("All learning is recollection of knowledge acquired in past lives.")

इसको चेक करना आज बहुत आसन है. उपरोक्त लिंक पर Meno के अन्दर "soul" खाजें और तीसरी बार जहाँ आता है वहां पढ़ें. सुकरात समझाता है कि गुलाम लड़के को मैथमेटिक्स का आतंरिक ज्ञान है और क्यों कि उसने इस जन्म में नहीं सीखा इसलिए पिछले जन्म में सीखा. और mathesis याने सीखना. याने कि आतंरिक ज्ञान को उजागर करना. और मैथमेटिक्स इसमें मदद करता है. क्योकि अफलातून का मानना था कि मैथमेटिक्स अनंत काल के ज्ञान से जुड़ा है. इस बात की

20 Plato, *Meno*, trans. B. Jowett, http://classics.mit.edu/Plato/meno.html

पुष्टि के लिए अफलातून का संवाद रिपब्लिक (किताब ७) में देखें,[21] पहले के सामानलिंक पर जाएँ और "eternal" शब्द खोजें.

गणित पूरी तरह से व्यावहारिक था. लेकिन अफलातून की सोच मैथमेटिक्स को व्यावहारिक ज्ञान से अलग करती है. अफलातून नें रिपब्लिक नाम के आदर्श राज्य कि कल्पना करी. उस आदर्श राज्य कि शिक्षा नीति क्या है? वहां अफलातून साफ़ कहता है कि मैथमेटिक्स व्यावहारिक लाभ के लिए नहीं पढ़ना चाहिए, उसे आत्मा के उत्थान के लिए पढ़ाना चाहिए.

आज भी यही बात चली आ रही है. मंजुल भार्गव के मैथमेटिक्स का क्या व्यवहारिक फायदा हुआ किसी हिन्दुस्तानी को? जवाब नहीं है किसीके पास क्योंकि उस मैथमेटिक्स का कोई व्यावहारिक फायदा नहीं.

खैर मुझे अफलातून या पैथागोरस के रहस्यवाद और रहस्यवादी ज्यामिति से कोई ख़ास शिकायत नहीं. शिकायत है तो इस बात से कि मैथमेटिक्स और मजहब के इस रिश्ते को चर्च ने कैसे तोड़ मरोड़ कर अपनी राजनीति से जोड़ा. यह थोड़ी लम्बी कहानी है, जो मैंने अपनी किताब[22] Euclid and Jesus में समझाई है.

संक्षेप में ११ वीं सदी से चर्च ने मुसलमानों का बलपूर्वक धर्मान्तरण करने के लिए क्रुसेड या क्रिस्तानी जिहाद छेड़ा. वह विफल रहा. मुसलमान बाईबल भी नहीं मानते थे. जब बल और बाईबल दोनों विफल रहे तो तीसरा विकल्प क्या था?

---

21 Plato, *Republic*, Book 7, http://classics.mit.edu/Plato/republic.8.vii.html.

22 C. K. Raju, *Euclid and Jesus: How and Why the Church Changed Mathematics and Christianity across Two Religious Wars* (Penang: Multiversity and Citizens International, 2012).

तर्क. उस समय इस्लाम में अकली-कलाम (Islamic rational theology) प्रचालित था. उसी की नक़ल कर चर्च ने rational theology बनायी. हिंदी में शायद उसे "तार्किक God-ज्ञान" कहेंगे या क्रिस्तानी तार्किक कलाम कहेंगे.

नक़ल छुपाने के लिए तर्क का श्रेय ग्रीक को दिया. कहा कि यह हमारी विरासत है. इसी मिथक से God-ज्ञान वाले तर्क (जिस में प्रत्यक्ष वर्जित है) और मैथमेटिक्स को जोड़ा. तर्क से जुड़े दो ग्रीक नाम प्रसिद्ध हो गए, एक अरस्तु का और दूसरा यूक्लिड का. ऊपर "अरस्तु" का न्याय से संबंध का जिक्र हो चुका है. "यूक्लिड" की किताब ज्यामिति पर थी. वही मिस्त्र की रहस्यवादी ज्यामिति जिसका वर्णन अफलातून करता है. यह उद्देश्य इससे भी स्पष्ट है कि किताब में बहुत सारे रेखा चित्र हैं और अफलातून का कहना है कि चित्र देखने से आत्मा की पुरानी यादें आसानी से जागृत होती हैं (यानी कि चित्र के सहारे हम जल्दी सीखते हैं).[23]

लेकिन चर्च को यह किताब अपने फायदे के लिए चाहिए थी. इसलिए उसकी पुनर्व्याख्या करी की यह किताब सबूत देने के बारे में है. चर्च का मकसद था तर्क के द्वारा मुसलमानों का धर्मांतरण करें. पुनर्व्याख्या नें इसी को किताब का भी उद्देश्य बना दिया गया की तर्क के आधार पर सबूत देना है.

तथ्य वर्जित करने की चाल भी किसी के समझ में नहीं आई. कैलकुलेशन से चर्च का बहुत कम काम था.

इसलिए चर्च के मैथमेटिक्स का उद्देश्य ही सबूत बन गया कैलकुलेशन नहीं. चर्च हमेशा अपना गुणगान करता है और उसने यह ऐलान कर दिया कि यही दुनिया भर में मैथमेटिक्स का यही सही उद्देश्य होना चाहिए कि लोगों को यकीन दिलाया जाय. आज भी हमारी पाठ्यपुस्तक यही सिखाती है,

पश्चिमी शिक्षा चर्च की शिक्षा थी. इसलिए इसमें इसी तरह का मैथमेटिक्स सिखाया गया कई सदियों तक. उपनिवेशवाद के दौरान यह मैथमेटिक्स और यूक्लिड का मिथक भी हमारे यहां आया और अब भी हमारी पाठ्य पुस्तकों में है. एनसीईआरटी से युक्लिड से लिए प्राथमिक स्रोतों से प्रमाण मांगा. एनसीईआरटी का लिखित जवाब आया की प्राथमिक स्रोतों से सबूत कि कोई जरूरत नहीं है पश्चिमी इतिहास के लिए. हिंदुस्तान के सभी गुलाम विद्यार्थियों को यह मानना अनिवार्य है कि अगर कोई चीज पश्चिम की 10 किताबों में लिखी है तो वह हमेशा सच

23 Plato, *Phaedo*, http://classics.mit.edu/Plato/phaedo.html. "If you put a question to a person in a right way, he will give a true answer of himself; but how could he do this unless there were knowledge and right reason already in him? And this is most clearly shown when he is taken to a diagram or to anything of that sort."

है.[24] चर्च का झूठा प्रचार पाठ्य पुस्तकों द्वारा फैलाकर हमारी सरकार यह सिद्ध कर रही है की यही प्रचार हमारी आत्मनिर्भरता की कुंजी है.

यूक्लिड के मिथक का भांडा लगभग 750 साल बाद टूट गया. पता चला कि उस किताब में एक भी प्रत्यक्ष रहित प्रमाण नहीं है, सबसे पहले प्रमेय से लेकर. यूक्लिड में प्रत्यक्ष रहित प्रमाण की बात पूरी की पूरी मिथ्या है. पश्चिम के सभी विद्वानों ने यह किताब पढ़ी. लेकिन 750 साल में किसी ने यह नहीं देखा कि इसका पहला प्रमेय ही प्रत्यक्ष प्रमाण पर आधारित है. यह बात उपअंतिम (पाइथागोरस) प्रमेय तक लागू होती है. 750 साल तक यूरोपीय लोगों को ऐसा अंधविश्वास कैसे जकड़ा रहा यह समझना बहुत मुश्किल है.

कैंब्रिज विश्वविद्यालय ने तो कमाल की गलती करी. प्रत्यक्ष रहितप्रमाण में प्रमेंयों का अनुक्रम विशेष महत्व रखता है. और मिथक के मुताबिक इसी अनुक्रम का श्रेय युक्लिड दिया जाता है. विश्वविद्यालय ने अपने परीक्षा के नियमों में यह बात डाल दी की यूक्लिड के प्रमेयिओं का अनुक्रम पालन करना अनिवार्य है. हास्यस्पद बात यह है इसके साथ साथ विश्वविद्यालय ने एक पुस्तक तैयार करें जिसमें सारे के सारे सबूत प्रत्यक्ष पर आधारित हैं.[25] प्रत्यक्ष पर आधारित सबूत का क्रम से कुछ लेना देना नहीं. इतने बड़े विश्वविद्यालय का कोई भी विद्वान यह छोटी सी बात नहीं समझा. चलिए हम भी नकल करते हैं!

19 वीं शताब्दी में यह बात मानी गई कि यूक्लिड की किताब में कोई भी प्रत्यक्ष रहित सबूत नहीं है. ऐसा दावा चर्च ने सिर्फ अपने फायदे के लिए किया था और अंधविश्वासी यूरोपीय लोग उसे मान गए. हिल्बर्ट ने मिथक बचाने के लिए दूसरी पूरी किताब लिख दी "फाऊंडेशंस ऑफ़ ज्योमेट्री"[26] जिसने परिकल्पना पर आधारित सबूत थे. यूक्लिड की किताब के पुनरलेखन में किताब को कुछ अजीब तरह से मरोड़ा गया. जैसे कि हिलबर्ट की ज्यामिति (synthetic geometry) में लंबाई नापना वर्जित है. फिर भी क्षेत्रफल की परिभाषा है.

सबसे आश्चर्य की बात यह है कि हिलबर्ट, रसल इत्यादि सभी पश्चिमी विद्वानों ने अब भी वह अंधविश्वास को माना कि प्रत्यक्ष रहित प्रमाण अचूक होता है.[27] सबसे दुख पूर्वक बात यह है कि हिंदुस्तानी सरकार अब भी यह मानकर चलती है कि हिंदुस्तानी पश्चिमीयों के गुलाम हैं और उनके सोच के विरुद्ध नहीं जा सकते. आखिर हमें तेजी से आत्म निर्भर जो बनना है.

खैर चर्च ने जो किया सो किया. अपनी शिक्षा की बात पर वापिस आते हैं.

24 http://ckraju.net/blog/?p=173.
25 H. M. Taylor, *Euclid's Elements of Geometry* (Cambridge University Press, 1893).
26 David Hilbert, *The Foundations of Geometry* (The Open Court Publishing Co., La Salle, 1950).
27 C. K. Raju, 'Decolonising Mathematics', *AlterNation* 25, no. 2 (2018): 12–43b, https://doi.org/10.29086/2519-5476/2018/v25n2a2.

ब्रिटिश हुकूमत के दौरान हमारी शिक्षा प्रणाली बदली. गणित की जगह हम मैथमेटिक्स पढ़ाने लगे. हम अक्सर मैकाले को दोष देते हैं. लेकिन यह शिक्षा प्रणाली तो चर्च ने बनायी. Oxford, Cambridge जैसे विश्वविद्यालय चर्च ने खड़े किये मकौले से सदियों पहले. और यही शिक्षा प्रणाली दुनिया भर में फैली है. और यही शिक्षा प्रणाली दुनिया भर में फैली है. लेकिन हम अपने कहानी पर अडिग हैं कि दुनिया में चाहे कुछ भी हुआ हो हमारे यहां यह शिक्षा प्रणाली केवल मकौले के कारण फैली. एक ही घटना के अलग-अलग कारण देना हेत्वाभास की निशानी है. इस बात को समझने में हमें शायद और 50 वर्ष लग जाएंगे कि हमारी शिक्षा प्रणाली चर्च की देन है मैकौले की नहीं.

चर्च ने यह शिक्षा प्रणाली अपने फायदे के लिए बनायी. तो यह हमारी मूर्खता है कि हमने गलत सोचा इससे हमारा फायदा होता है. कभी इस बात पर चिंतन नहीं किया आज़ादी के बाद भी मूल रूप से इस शिक्षा प्रणाली के बारे में. चर्च का कहा सब मान लिया. चर्च के फरमान के मुताबिक हम आज उस पर चिंतन भी नहीं कर सकते. क्या गजब की आजादी पाई हमने.

उदहारण के लिए जैसे मैंने समझाया, मैथमेटिक्स में प्रत्यक्ष प्रमाण वर्जित है. लोगों को भ्रमित करने के लिए यह बात स्पष्ट रूप से समझाई ही नहीं जाती. MSc, PhD करेंगे मैथमेटिक्स में, जैसे मैंने करी तो उसके बाद समझ आती है. लेकिन उस वक्त मैथमेटिक्स छोड़ना मुश्किल हो जाता है.

चलिए अब तक नहीं सोचा तो अब सोचते हैं. तो प्रत्यक्ष प्रमाण वर्जित करने से हमारा क्या फायदा हुआ? आखिर व्यवहार में अगर हमें दो बिंदुओं के बीच की दूरी निकालना है तो वह बिंदु दिखना चाहिए. दो दृश्य बिंदुओं को एक रेखाखंड से जोड़कर उस रेखाखंड की लंबाई स्केल से प्रत्यक्ष रूप से नापते हैं. अगर आप मैथमेटिक्स विज्ञान के लिए करते हो तो भी प्रत्यक्ष वर्जित करने का क्या फायदा? आखिर विज्ञान प्रत्यक्ष प्रमाण पर आधारित है.

लेकिन प्रत्यक्ष वर्जित करने से चर्च का फायदा ही फायदा है. चर्च की सभी बातें कल्पना या गैर-प्रत्यक्ष पर आधारित हैं, प्रत्यक्ष प्रमाण से वह सब की सब तुरंत झूठी साबित हो जाएगी जैसे कि एंजेल या गॉड इत्यादि.

चर्च के मिथक: यूक्लिड का मामला

चलिए आगे बढ़ते हैं. तो अगर "युक्लिड" का नाम हठा देंगे हमारी पाठ्य पुस्तक से तो क्या फर्क पड़ेगा? संक्षेप में "युक्लिड" चर्च की नकाब है. नकाब हठ जाएगी तो चर्च का चेहरा साफ़ नज़र आने लगेगा. हमें कहना पड़ेगा कि इस किताब का लेखक अज्ञात है. हमें इस किताब के बारे में सिर्फ इतना पक्का पता है कि यह ८०० साल तक चर्च की पाठ्य पुस्तक थी २० वीं सदी तक १२ वीं सदी से (जब एक क्रिस्तानी जासूस Adelard of Bath युक्लिड की किताब पहली बार क्रिस्तानी यूरोप लाया. हमें यह भी कहना पड़ेगा कि यह मैथमेटिक्स में यह विचारधारा चर्च से शुरू हुई है ना किसी ग्रीक से.

तो क्या आप नवीं की पाठ्य पुस्तक के अध्याय का शीर्षक बदल सकते हैं? “युक्लिड की ज्यामिति का परिचय" न कहकर "वर्च की ज्यामिति का परिचय" लिख सकते हैं? क्या यह कह सकते हैं कि चर्च की ज्यामिति श्रेष्ठ है और हमारी शुल्ब सूत्र की ज्यामिति घटिया है. जाहिर है इसके लिए कम से कम कुछ अध्ययन की जरूरत है. दोनों के बीच में तुलना करना जरूरी है जो हमने आज तक नहीं की

अब कई लोग कहते हैं लेखक से क्या फर्क पड़ता है, किताब तो है. अभी indology पर मीटिंग हुई थी. मेरे प्रसुतिकरण[28] के बाद वहां भी यह सवाल उठा. "क्या फर्क पड़ता है, कि युक्लिड आदमी था या औरत, गोरा था या काला, किताब तो है.”[29] पहली बात तो यह कि अगर फर्क नहीं पड़ता है तो हम युक्लिड को गोरे आदमी की जगह काली औरत दर्शायें जैसे मैंने अपनी किताब के कवर पृष्ठ पर दर्शाया है, दूसरी बात, किताब तो है, लेकिन आपने पढ़ी है क्या? चर्च को मालूम है कि लोग केवल अंदाजा लगायेंगे. साक्ष्य की तहकीकात नहीं करेंगे.

तो किताब तो है, लेकिन उस किताब में प्रत्यक्ष प्रमाण वर्जित **नहीं** है. पहले प्रमेय से लेकर उपन्तिम "पैथागोरस" प्रमेय तक, सभी सबूत प्रत्यक्ष पर आधारित हैं. अन्धविश्वासी पश्चिम के विद्वान लोगों ने सभी ने यह किताब पढ़ी लेकिन यह बात समझने में करीब ८०० साल लग गए.

करीब सौ साल पहले यह बात खुले आम स्वीकार की गयी. **याने की तथ्य रहित सबूत का आविष्कार चर्च ने किया अपने फायदे के लिए,** किसी अनजान ग्रीक ने नहीं. बरट्रांड रस्सेल ने कुछ-कुछ ज़रूर बोला चर्च के खिलाफ लेकिन वह भी चर्च की चपेट में आ गया. उस ने कहा कि युक्लिड यूक्लिड का इरादा के चर्च के इरादे से किसी विचित्र रूप से जुड़ा था. केवल उसने गलती करी सबूत देने में. याने कि युक्लिड का आधा मिथक मान के चला.

---

28 “Pre-colonial appropriations of Indian ganita: epistemic lessons.” http://ckraju.net/papers/ckr-indology-abstract.pdf.
29 “Was Euclid a black woman?” http://ckraju.net/blog/?p=189.

हिल्बर्ट नें पूरी किताब लिख दी Foundations of geometry 1898 में जिसमे दुनिया में पहली बार पैथागोरस प्रमेय के प्रत्यक्ष रहित सबूत दिए गए. लेकिन दोनों ने यह माना कि तथ्य रहित सबूत श्रेष्ठ है (deduction is superior) क्योंकि वह अचूक है (deduction is infallible). यह बात दोहरा दूं कि यह महज अंधविश्वास है.[30] और यह अंधविश्वास यूक्लिड के मिथक से जुड़ा है, की यूक्लिड ने कुछ उत्कृष्ट किस्म के सबूत दिए. मिथक हटाने से उसकी पोल खुल जाएगी.

इसके विपरीत सभी हिन्दुस्तानी फलसफे और विज्ञान भी प्रत्यक्ष प्रमाण मानते हैं. लेकिन यह भी मानते हैं कि प्रत्यक्ष में भी चूक हो सकती है, जैसे कि रज्जू सर्प न्याय, या experimental errors.

चर्च के अंधविश्वास: deduction चूक सकता है

लेकिन deduction का अचूक होना यह महज चर्च का फैलाया हुआ पश्चिमी अंधविश्वास है. वह अचूक शब्द से की पता चलता है, जैसे कि पोप अचूक है.

मुझे यह बात सुन कर बड़ी हसीं आती है कि डिडक्शन अचूक है. मैं मैथमेटिक्स पढाता था और विद्यार्थियों की सबूत देने में बहुत चूक होती थी. तो कौन से लोगों का डिडक्शन अचूक है? विद्वानों ने भी मैथमेटिक्स में कई गलत सबूत छापें हैं, जैसे कि कोसाम्बी नें.[31]

शतरंज का खेल पूरी तरह से डिडक्शन पर आधारित है, और प्रत्येक मनुष्य, बड़े से बड़ा grandmaster भी, इस में हर बार गलती करता है, इसलिए कम्पूटर से हर बार हार जाता है. याने कि हरेक इंसान डिडक्शन में हरेक बार चूक करता है. बचपने में साप घर में बहुत बार आये, बरसात के मौसम में लगभग हर दिन, लेकिन साप तो को रस्सी समझ लेने की चूक तो मैंने जिंदगी में एक ही बार की, जब मेरा चश्मा टूटा था, और तब भी सतर्क था.

अब यह बात हिंदी में कहना मुश्किल है. deduction के लिए सही शब्द अनुमान है. लेकिन हिन्दुस्तान में लोकायत ने अनुमान कि कड़ी आलोचना करी. उनकी आलोचना सही थी. अनुमान से जो निष्कर्ष निकलता है (याने कि mathematical theorem) वह वैध ज्ञान नहीं. लोकयत की सोच सही थी कि शुरूआती परिकल्पनाएं गलत हो सकती है, इस्लिये निष्कर्ष भी गलत निकलेगा. शायद इस आलोचना के कारण अनुमान का बोल-चाल का अर्थ अंदाज़ा हो गया है. इसलिए deduction कोई ऊंची चीज है, यह बताने के लिए हमारे अनुवादकों ने अलग शब्द का इस्तेमाल किया "निगमन".

30 Raju, 'Decolonising Mathematics'.
31 C. K. Raju, 'Kosambi the Mathematician', *Economic and Political Weekly* 44, no. 20 (16 May 2009): 33–45, https://www.epw.in/journal/2009/20/special-articles/kosambi-mathematician.html.

मैंने सोचा कि आपको समझाउंगा कि deduction और induction के बीच क्या फर्क है. लेकिन हिंदी में induction के लिए एक ही शब्द मिला: निगमन. याने कि चर्च ने तो हमें बेवकूफ बनाया ही, वो एक बात है. हमने उस बेवकूफी की चक्रवृद्धि कर दी खूब सारे गलत अनुवाद कर.

नवीनता का डर

Deduction अचूक है यह हमारा अकेला अंधविश्वास नहीं. सबसे बड़ा अंधविश्वास यह है कि सब विदेशी चीज़ श्रेष्ठ है, और देशी चीज़ घटिया है. यह चर्च के प्रचार का तरीका है: पहले सझाते हैं कि आप की सब चीज़ घटिया है, हमारी श्रेष्ठ है हमारी नक़ल करो. यह या श्रेष्टता का दावा व्याकरण में भी घुस गया है. क्रिस्तानी भगवान को God हमेशा बड़े अक्षरों में लिखना जरूरी है.

इसलिए हमारा अंधविश्वास है कि अगर पश्चिम की नक़ल नहीं करेंगे तो बर्बाद हो जायेंगे. रोकेट कैसा चलेगा? मैं पचास बार समझा चूका हूँ कि राकेट का प्रक्षेपण पथ calculation से आता है, और वह कैलकुलेशन आज भी गणित कि विधि से होता है,लगभग आर्यभट की विधि से, जैसा मैं अपन्रे कोर्स calculus without limits में सिखाता हूँ.[32]

लेकिन अगर आप रोकेट की trajectory calculate करने की विधि नहीं समझते हैं, और आपके दिमाग में अंध विशवास का डर भरा हुआ है, तो मैं नहीं समझा सकता. कमसे कम इतना याद रहे कि trajectory कम्पूटर के सहारे calculate करते हैं, दोनों नासा और इसरो सबूत नहीं देते.

सार्वजनिक बहस की ज़रुरत

दूसरी बात यह कि बदलाव लायेंगे कैसे? शिक्षा नीति की कमिटी वाले नहीं लाएंगे.

शिक्षा नीति की कमेटी के अध्यक्ष कस्तूरीरंगन थे. उनका शिक्षा के क्षेत्र में कोई काम नहीं. वह तो जिंदगी भर साइंस बाबू रहे. आपका अंदाजा होगा कि वे Space science के बारे में जानते हैं. जानते होंगे. लेकिन मेरा अनुभव कुछ और कहता है. मैंने उनके साथ काम किया 80 के दशक में INSAT 2D के मामले में. तब वे ISRO satellite centre (ISAC) के हेड थे. उपग्रह के डिजाईन के लिए सारा कम्पुटर प्रोग्राम फ़्रांस से लाया गया. पूरी नक़ल. कोड के लाखों लाइन में २०० लाइनें इसरो ने बदलीं. वो भी किसी पुस्तक से नक़ल कर.

उस को दुरुस्त करने के लिए अपना दिमाग लगाकर दस लाइन भी खुद नहीं लिखीं. मैंने लिखित रिपोर्ट में संकेत दिया कि प्रोग्राम गलत है. उन्होंने माना नहीं. नतीजा सॅटॅलाइट फेल हो गया. अब फेल तो होते रहते हैं, लेकिन जब इतना महंगा 500 करोड़ का उपग्रह फेल होता है, तो उससे कुछ सीखें तो सही. उसके फेल होने का कारण तो समझना

32 Raju, 'Decolonising Mathematics'.

चाहिये. कम से कम समझने की कोशिश तो करे. लेकिन हमारी पूरी मेहनत इसमें लगी कि मामले को जल्दी से जल्दी दबा दिया जाए.

खैर में सिर्फ इतना कहना चाहता हूँ, कि नक़ल कर उपग्रह बन सकता है. शिक्षा नीति नहीं. शिक्षा नीति डूबेगी तो पता भी नहीं चलेगा. सारे एक्सपर्ट तो जो इसी शिक्षा नीत से सीखे है.और दोहरा दूं कि मंजुल भार्गव मैथमेटिक्स करता है, और उसके मैथमेटिक्स का कोई व्यावहारिक लाभ नहीं.

तो बदलाव लाने का एक ही तरीका है. पुराने ज़माने की तरह शास्त्रार्थ या सार्वजनिक बहस की जाय. मैं तो ६ साल से कोशिश कर रहा हूँ.[33] ज्यादातर लोग रोहित धनकर के समान डर के भाग गए और बहाना बनाया. तीन साल पहले मंत्री सतपाल सिंह से पुछा था, थो उन्होंने कहा कि मेरे बस की बात नहीं है.

इस साल शिमला संस्थान में बहास होने वाली थी, लेकिन covid के कारण नहीं हो पाई. वैसे तो बहुत सरल बात है. कितने सारे सरकारी कोलेज हैं, NCERT को भी सरकार आसानी से कह सकती है कि सार्वजनिक बहस करो. सरकार उनको तो कह सकती है मैथमेटिक्स सिखाने की विधि सही क्यों है, यह सार्वजनिक रूप से समझाएं. जो मैथमेटिक्स सिखाते हैं वह सेक्युलर भी है या नहीं है इस बात को भी स्पष्ट करें. लेकिन हमारी राजनीति व्यापार से जुड़ी है आजादी से नहीं, खास तौर से मानसिक आजादी से नहीं. आजादी तो एक गंदा शब्द बन कर रह गया है. चर्च ने जो सिस्टम बनाया है उसे तोडना मुश्किल.

इसलिए मुझे लगता है कि यह काम केवल विदेश में होगा शायद आफ्रीका में. उसके बाद हम उसकी नकल करेंगे

शैक्षणिक सामग्री उपलब्ध है

आखिरी बात यह है कि अगर हम बदलाव लाना चाहते हैं तो क्या उसके लिए पर्याप्त सामग्री है. गणित की विधि से कलुकलस सिखाने का मेरा कोर्स हिंदुस्तान में तीन विश्वविद्यालय में चल चूका है: सारनाथ, आंबेडकर university दिल्ली और SGT university दिल्ली एनसीआर. और विदेश में भी तीन विश्वविद्यालय में चल चूका है.[34] इसके ऊपर काफी सामग्री मिलती है.

शुल्ब सूत्र की विधि से ज्यामिति सिखाने की विधि हिंदुस्तान में कई जगह आजमाई जा चुकी है, नासिक में ४० स्कूलों के साथ, चामराजनगर और गुंडूलुपेट में, इंदौर में भी.[35] इस पर एक पाठ्य पुस्तक भी तैयार है.[36]

---

33 http://ckraju.net/issa/conversation-draft-minutes.html.

34 C. K. Raju, 'Teaching Mathematics with a Different Philosophy. 1: Formal Mathematics as Biased Metaphysics', *Science and Culture* 77, no. 7–8 (2011): 274–279, arXiv:1312.2099; C. K. Raju, 'Teaching Mathematics with a Different Philosophy. 2: Calculus without Limits', *Science and Culture* 7, no. 7–8 (2011): 280–285, arXiv:1312.2100.

35 http://ckraju.net/blog/?p=155, http://ckraju.net/blog/?p=156.

36 C. K. Raju, *Rajju Ganita: String Geometry for Class IX*, 2020.

समापन सारांश

१. गणित पढ़ायें मैथमेटिक्स नहीं. गणित आसान है व्यावहारिक है. सेक्युलर है.

२. मैथमेटिक्स मज़हबी है. ख़ास तौर से चर्च की सोच (तार्किक God-ज्ञान) से जुड़ा है. प्रत्यक्ष इस्लिए वर्जित है. और इस कारण मैथमेटिक्स बहुत कठिन हो जाता है, १+१=२ भी. याद रखें मेरा दस लाख का इनाम.

३. मैथमेटिक्स के द्वारा चर्च का प्रचार किया जाता है. यूक्लिड चर्च का मुखैटा है, नकाब है. इसे हटा देने से मैथमेटिक्स में चर्च का चेहरा सामने आ जाता है. यूक्लिड की किताब में कोई भी तथ्य रहित सबूत नहीं हैं. यह केवल रहस्यवादी ज्यामिति की गलत पुनर्व्याख्या थी.

४. अगर शिक्षा निति बदलना है तो यह काम बंद कमरे में समिति नहीं कर सकती. सामाजिक बहस या शास्त्रार्थ की ज़रुरत है गणित लाने के लिए या किसी भी मूल बदलाव के लिए.

५. कैलकुलस और ज्यामिति के लिए शैक्षणिक सामग्री उपलब्ध है, और यह तीन देशों में बहुत सालों से पढाया जा चूका है.