

प्रधान सम्पादक
मकरंद आर. परांजपे
निदेशक, भारतीय उच्च अध्ययन संस्थान, शिमला

ISSN : 2349-4905

हिमांजलि

सम्पादक
माधव हाड़ा
अध्येता
बलराम शुक्ल
अध्येता



भारतीय उच्च अध्ययन संस्थान, शिमला के राजभाषा
एकक की अर्धवार्षिक पत्रिका

अंक-22, जुलाई-दिसम्बर, 2020

संयोजक

राजेश कुमार
हिन्दी अनुवादक

अनुक्रम

पुरोवाक्

रमेश पोखरियाल : भारत के शिक्षा मन्त्री की असाधारण कहानी 3
मकरंद आर. परांजपे (निदेशक)

सम्पादकीय 5

माधव हाड़ा/बलराम शुक्ल
कवि और कविताएँ 7

अष्टभुजा शुक्ल

आत्मकथांश

पूर्व-पीठिका (आत्मकथा : धारा के विपरीत का एक अध्याय) 12
गोविन्द मिश्र

हिमायन

उत्तराखण्ड हिमालय में नन्दा भक्ति एवं राजजात 20

दाताराम पुरोहित
कुमाऊँनी लोक साहित्य का वैशिष्ट्य 'लोकगाथाएँ' 25

कुलीन कुमार जोशी
शिमला का वानस्पतिक वैविध्य 29

सुशीला शर्मा
शिमला स्मृतियाँ 32

प्रशान्त कुमार

आलेख

गणित बनाम मैथमेटिक्स 34
चन्द्रकान्त राजू

पारम्परिक समीक्षा में कवि कालिदास 45
राधावल्लभ त्रिपाठी

प्रसाद के उपन्यास : सही माध्यम की खोज का सवाल 53
नवल किशोर

प्रकाशक

सचिव, भारतीय उच्च अध्ययन संस्थान
राष्ट्रपति निवास, शिमला-171005
दूरभाष : 0177-2831379
फ़ैक्स : 0177-2830628
वेबसाइट : www.iias.ac.in

सह-प्रकाशक

वाणी प्रकाशन
4695, 21-ए, दरियागंज, नयी दिल्ली-110 002
फ़ोन : +91 11 23273167, 23275710
वेबसाइट : www.vaniprakashan.com

मुद्रक

आर. टेक ऑफ़सेट प्रिंटर, शाहदरा, दिल्ली-110032

प्रकाशित रचनाओं, लेखों में अभिव्यक्त विचार लेखकों के स्वयं के हैं, उनसे संस्थान व सम्पादक मण्डल का सहमत या असहमत होना आवश्यक नहीं है।

सांश

मेरा मुद्दा है गणित की शिक्षा, और मैं कहना चाहता हूँ कि गणित पढ़ायें मैथमेटिक्स छोड़ें।

भाषा की राजनीति

आपको शायद अचरज हो रहा होगा कि मैं क्या कहना चाहता हूँ। गणित और मैथमेटिक्स में आखिर फर्क ही क्या है? लेकिन इसके बारे में आपकी जिज्ञासा पूरी करने से पहले यह समझा देता हूँ कि गणित पर हिन्दी में कुछ कहने में क्या तकलीफ़ है।

छठी कक्षा की गणित की एनसीईआरटी की हिन्दी पाठ्यपुस्तक खोलें और उसमें angle की परिभाषा देखें। इसमें एक विचित्र शब्द इस्तेमाल होता है—‘उभयनिष्ठ’। यह शब्द हिन्दी के शब्दकोश में मुझे नहीं मिला। संस्कृत के शब्दकोश में भी नहीं। हाँ संस्कृत के शब्दकोश में दो अलग-अलग शब्द उभय और निष्ठ मिले, जिससे उभयनिष्ठ के अर्थ (‘दोनों में निष्ठा’) का अनुमान लगाया जा सकता है। शब्द क्लिष्ट है और गाँव के स्कूल में दिहाड़ी मज़दूर के बेटे को नहीं समझ आयेगा। अंग्रेज़ी का शब्द ‘common’ ज़्यादा आसानी से समझेगा। ख़ैर यह बात छोड़ दें, क्योंकि मैं ‘सिग्नल’ बनाम ‘लौह पथ गामिनी आवत जावत सूचक चिह्न’ का क्रिस्सा नहीं सुना रहा हूँ, हालाँकि वह क्रिस्सा मुझे बचपन में बहुत पसन्द था।

सवाल यह है कि छठी के गणित में ऐसे क्लिष्ट शब्दों के आविष्कार की ज़रूरत ही क्या पड़ गयी? सिर्फ़ इसलिए कि इससे मिलती-जुलती अवधारणा हमारी संस्कृति में नहीं पायी जाती, इसलिए बोलचाल के शब्द नहीं मिलते। लेकिन तुरन्त अगला सवाल उठता है कि अवधारणा क्यों नहीं? पुराने ज़माने में रेलगाड़ी नहीं थी यह तो स्पष्ट है। तो उसके लिए कोई-न-कोई नया शब्द चाहिए। लेकिन क्या angle की कोई भी स्वदेशी अवधारणा नहीं?

ऐसा तो नहीं है। ऋग्वेद (1.164.48) में 360 अंशों की बात है, और ऋग्वेद (1.164.11) में 720 अर्ध अंशों की बात है। ऋक वेदांग ज्योतिष² (10) में ‘भांशा’ (अंश का लगभग 10वाँ हिस्सा) की बात आती है जो इतना सूक्ष्म है कि स्कूल ज्यामिति के उपकरणों से नहीं नापा जा सकता। यानी कि angle की परिष्कृत स्वदेशी अवधारणा प्राचीन काल से ज़रूर है। लेकिन है या नहीं इस बारे में अनुवादक ने सोचा नहीं। और बाकी

कमिटी के जो सदस्य थे उनमें से भी किसी ने न सोचा न जाना, कई दशकों तक। और करोड़ों शिक्षकों और विद्यार्थियों ने सवाल नहीं उठाया। अज्ञान के इतने गहरे अन्धकार को शिक्षा प्रणाली द्वारा कम उम्र से फैलाने का दोष हमारा है और उसे दूर करना कोई आसान काम नहीं।

तो पहले तो यह बता दूँ कि angle शब्द अंग्रेज़ी में बार-बार क्यों इस्तेमाल कर रहा हूँ। इस शब्द angle का प्रचलित अनुवाद ‘कोण’ है। तो कोण क्यों नहीं कहता? क्योंकि यह अनुवाद ग़लत है। कोण शब्द पुराने ज़माने में प्रचलित नहीं था। 1723 में सम्राट जगन्नाथ ने युक्लिड की ज्यामिति का फ़ारसी से संस्कृत में रेखा गणित³ नाम से अनुवाद किया, जन्तर-मन्तर वाले सवाई जयसिंह के कहने पर। तब से यह शब्द प्रचलित हुआ। इससे पहले अगर सोलहवीं सदी तक के नीलकण्ठ के आर्यभटीय भाष्य या शंकर वारियर के तन्त्रसंग्रह व्याख्या/युक्तिदीपिका (2.440-441) इत्यादि को देखें तो उसमें चाप शब्द इस्तेमाल होता है, कोण हरगिज़ नहीं। जैसे कि उस विख्यात श्लोक में “निहत्य चाप वर्गेण चापं तत्तत फलानी च”।

दोनों शब्द, कोण और चाप, के भिन्न अर्थ हैं। अवधारणाएँ भी अलग हैं। पहली बात तो यह कि कोण दो सरल रेखाओं से बनता है, चाप एक वक्र रेखा है। वक्र रेखा की लम्बाई को कम्पास बॉक्स के किसी उपकरण से नहीं नापा जा सकता। उसके लिए सुतली या रज्जू की ज़रूरत पड़ती है। हमारी और मिस्र की प्राचीन ज्यामिति वक्र रेखा पर टिकी थी सरल रेखा पर नहीं। इसलिए ज्यामिति का पुराना नाम था रज्जू गणित न कि रेखा गणित। उपनिवेशवाद ने हमें ज्यामिति सरल रेखा के आधार पर सिखायी। इसलिए नये शब्दों के आविष्कार की ज़रूरत पड़ गयी जैसे कि हम ज्यामिति से पहले अनभिज्ञ थे।

वैसे दो अवधारणाओं में कुछ समानता तो ज़रूर है। चाप की अवधारणा वृत्त से जुड़ी है। अगर चाप के दो छोरों को वृत्त के केन्द्र से जोड़ दें तो दो सरल रेखाओं वाला कोण नज़र आने लगेगा। वृत्त का केन्द्र ही है वह उभयनिष्ठ बिन्दु जिसकी चर्चा हो रही है। वृत्त का केन्द्र सभी समझते हैं। इसलिए उभयनिष्ठ शब्द की ज़रूरत कभी नहीं पड़ी। इस शब्द की तभी ज़रूरत पड़ती है जब कोण की परिभाषा से वृत्त को अलग किया जाता है। वैसे दो सरल रेखाओं से चार कोण बनते हैं। इसलिए किस कोण की बात हो रही है, यह

*विख्यात गणितज्ञ और सिद्धान्तकार। भारत के पहले सुपर कम्प्यूटर निर्माण में सहभागी। गणित और विज्ञान की सैद्धान्तिकी और इतिहास पर कई पुस्तकें एवं लेख प्रकाशित। संस्थान में टैगोर फ़ैलो।

दर्शाने के लिए चाप दर्शाया जाता है। लेकिन अक्सर लोगों को इसके बारे में पता नहीं कि चाप ही क्यों दर्शाया जाता है।

हमारी *angle* की प्राचीन अवधारणा और पश्चिमी अवधारणा में कौन-सी अवधारणा बेहतर है? इस बारे में हमने कभी सोचा नहीं। मज़ेदार बात यह है कि हम आज भी सोचने से इनकार करते हैं। उपनिवेशवाद के ज़माने में किसी की इतनी हिम्मत नहीं हुई कि दोनों किस्म की अवधारणाओं की तुलना करें और शायद इस निश्चय पर पहुँचें कि हमारी अवधारणा बेहतर है। हम सब के सब चर्च के उस शुरुआती प्रचार में फँस गये कि सभी गैर-पश्चिमी चीज़ें घटिया हैं और पश्चिमी चीज़ें उत्कृष्ट हैं इसलिए दोनों के बीच कभी भी तुलना की ज़रूरत नहीं है। आज भी बार-बार कहने पर भी राष्ट्रवादी सरकार ने सार्वजनिक रूप से तुलना नहीं करने का दृढ़ संकल्प बना रखा है। हमारी सरकार आज भी चर्चा की जगह चर्च के उसी पुराने प्रचार को आगे बढ़ा रही है। हमारी आज भी यही सोच है कि अपना दिमाग लगाने से विज्ञान का नुकसान होगा और अन्धविश्वासी तरीके से पश्चिम की नक़ल से ही विज्ञान की उन्नति हो सकती है। लगता है हमने विज्ञान शब्द का मूल अर्थ ही नहीं सीखा।

चाप वाली प्राचीन अवधारणा विज्ञान से, ख़ास तौर से खगोल शास्त्र से, जुड़ी है। पृथ्वी गोल है, हालाँकि बाइबिल में यह मान्यता है कि पृथ्वी चपटी है⁴। और आकाश भी गोल नज़र आता है। इस पर जो भी रेखा खींचेंगे वह वक्र रेखा होगी। ग्रहों की गति समझने

के लिए हमें 360 अंशों से ज़्यादा की ज़रूरत हो सकती है। यह बात चाप की अवधारणा में बहुत स्वाभाविक रूप से आती है, दो सरल रेखा वाले कोण में नहीं। ग्रहों की प्रतिगामी गति के लिए हमें ऋणात्मक चाप की ज़रूरत हो सकती है, और ऋणात्मक कोण की बात केवल कृत्रिम तरीके से ही हो सकती है। ख़ैर हमने बग़ैर दोनों की तुलना किये अन्धविश्वासी तरीके से यह मान लिया कि *angle* की विदेशी अवधारणा उत्कृष्ट है विज्ञान के लिए।

अन्धविश्वासी लोग अक्सर मूर्ख भी होते हैं। इसलिए भाषा की बात पर दोबारा ज़रा ग़ौर करें। हमें विदेशी अवधारणा तो मंज़ूर है, और वही अवधारणा हम सिखाना भी चाहते हैं। लेकिन उसके लिए विदेशी शब्द मंज़ूर नहीं। हमारी भाषा की शुद्धीकरण की राजनीति यही कहती है। अंग्रेज़ी में यह दिक्कत नहीं आती है। जहाँ नयी अवधारणा है वहाँ नया शब्द अपना सकते हैं। मालूम नहीं हिन्दी बोलने वाले अंग्रेज़ी या फ़ारसी या उर्दू आदि से शब्द

अपनाने में इतना असुरक्षित क्यों महसूस करते हैं। प्राइमरी स्कूल में मास्टर जी हमेशा यही सिखाते थे “और” की जगह “तथा” लिखो।

लेकिन अहम बात यह है कि हमारी भाषा की राजनीति ने भाषा के शुद्धीकरण पर ज़ोर दिया सही अवधारणा पर नहीं। इससे बहुत नुकसान हुआ। बहुत सारे शब्दों का अनुवाद न केवल क्लिष्ट है, वह ग़लत भी है। और वे ग़लत अनुवाद प्रचलित हो चुके हैं। आज भी यह भाषा की राजनीति बड़े ज़ोर-शोर से चालू है। यह राजनीति चलाने वाले कब समझेंगे कि भाषा की शुद्धता के बजाय विचारों की शुद्धता की ज़्यादा ज़रूरत है। इसी में हमारा फ़ायदा है।

अनुवाद ग़लत क्यों है? 20 साल पहले जब मैं अपनी किताब *Cultural Foundations of Mathematics* लिख रहा था तब आर्यभट्ट के एक श्लोक का एक शब्द अस्पष्ट लगा। तो मैंने अपनी भतीजी से पूछा, उसने और उसके पति दोनों ने संस्कृत में पीएच.डी. की है। लेकिन यह दो संस्कृत के पीएच.डी. मिलकर एक शब्द का अनुवाद नहीं कर पाये। क्योंकि अनुवाद करने के लिए संस्कृत का ज्ञान काफ़ी नहीं है, विषय का ज्ञान ज़रूरी

है, और वह उनके पास नहीं था और न ही हमारी स्कूली पाठ्यपुस्तक के अनुवादकों के पास है। इस तरह से हमारी शिक्षा अज्ञान फैलाती है।

हिन्दुस्तान में मैथमेटिक्स का ज्ञान तो वैसे ही बहुत कम है। ज़्यादातर आई.आई.टी. के मैथमेटिक्स के प्रोफ़ेसर भी नहीं समझते, संस्कृत का पण्डित क्या समझेगा। मैं आई.आई.टी. में मैथमेटिक्स में पीएच.डी. के लिए भरती

हुआ⁵ लेकिन 3 महीने में छोड़ दिया क्योंकि प्रोफ़ेसर छोटे से सवाल का जवाब नहीं दे पाया और उसने कुबूल किया कि उसे मैथमेटिक्स नहीं आता है।

ख़ैर ग़लत अनुवाद प्रचलित हो जाने के कारण हिन्दी में गणित के बारे में कुछ सोचने-कहने में बहुत तकलीफ़ है। जहाँ सोचने के लिए सही शब्द ही नहीं वहाँ सही सोच कैसे हो सकती है? भाषा के शुद्धीकरण पर ज़ोर देने से विचार अशुद्ध हो जाते हैं। इस राजनीति से हमारे लोगों को बहुत नुकसान हुआ है, हालाँकि ज़्यादातर लोग अभी तक यह बात समझे नहीं और प्रचलित ग़लत अनुवाद पर डटे हैं।

यानी कि जिन बातों पर मैं बोलना चाहता हूँ उन बातों पर हिन्दी में सही विचार करना बहुत मुश्किल है। बात दोहरा दूँ *शब्द तो है हिन्दी में लेकिन सही शब्द नहीं है*। सब तरह के ग़लत शब्द प्रचलित हैं। और यह ग़लत अनुवाद लोगों को भ्रमित करते हैं।

तो पहले तो यह बता दूँ कि *angle* शब्द अंग्रेज़ी में बार-बार क्यों इस्तेमाल कर रहा हूँ। इस शब्द *angle* का प्रचलित अनुवाद ‘कोण’ है। तो कोण क्यों नहीं कहता? क्योंकि यह अनुवाद ग़लत है। कोण शब्द पुराने ज़माने में प्रचलित नहीं था। 1723 में सम्राट जगन्नाथ ने युक्तिड की ज्यामिति का फ़ारसी से संस्कृत में रेखा गणित³ नाम से अनुवाद किया, जन्तर-मन्तर वाले सवाई जयसिंह के कहने पर। तब से यह शब्द प्रचलित हुआ।

गणित बनाम मैथमेटिक्स

अब मुख्य बिन्दु पर लौटते हैं। मैं कहना चाहता हूँ, गणित पढ़ाये मैथमेटिक्स छोड़ें। इस बात पर अचरज इसलिए होता है कि मैथमेटिक्स शब्द का प्रचलित हिन्दी अनुवाद गणित है। लेकिन यह प्रचलित अनुवाद ग़लत है, और यह अनुवाद अवधारणाओं की भिन्नता को नज़रअन्दाज़ करता है।

पिछले 7 साल से कह रहा हूँ कि यह अनुवाद ग़लत है। गणित और मैथमेटिक्स में फ़र्क है⁶। लेकिन लोगों को यह बात समझा नहीं पाया क्योंकि लोगों के दिमाग़ में मैथमेटिक्स का ग़लत अनुवाद ठोंक-ठोंक कर गणित बन कर बैठा है। 2013 में इस पर व्याख्यान भी दिया इन्दौर के अभ्यास मण्डल में। समझाया कि गणित व्यावहारिक है जबकि मैथमेटिक्स पश्चिम में अफ़लातून के ज़माने से ही अध्यात्म से जुड़ा है। पाँच अखबारों ने मेरे वक्तव्य की ग़लत रिपोर्टिंग की जैसे कि यह कह कर कि “गणित करना अध्यात्म जैसा”। यानी कि ग़लती मेरी ही थी। मैं सही समझा नहीं पाया कि गणित और मैथमेटिक्स समानार्थक शब्द नहीं हैं। वैसे फ़ारसी में दो अलग-अलग शब्द मिलते हैं, गणित के लिए हिसाब और मैथमेटिक्स के लिए रियाज़ियत जिसका कुछ-कुछ अर्थ है मानसिक कसरत और इसको योग या मिस्र के रहस्यवाद से जोड़ना सही होगा।

गणित और मैथमेटिक्स में क्या फ़र्क है? इस पर शिमला के उच्च अध्ययन संस्थान में अब पूरी किताब लिख रहा हूँ गणित बनाम मैथमेटिक्स। शोध का पूरा शीर्षक है— “*Ganita vs formal mathematics : re-examining mathematics, its pedagogy, and the implications for science.*”

गणित और मैथमेटिक्स में अन्तरों का सारांश

गणित और मैथमेटिक्स में कई फ़र्क हैं,⁸ लेकिन यहाँ सिर्फ़ चार फ़र्कों का ज़िक्र करूँगा। क्योंकि हिन्दी में बहुत सारे ग़लत अनुवाद प्रचलित हैं, इसलिए पहले अंग्रेज़ी में कह देता हूँ, फिर अनुवाद करूँगा।

1. Though both ganita and math have both proof and calculation, in ganita the emphasis is on calculation, formal math focuses on proof.
2. All practical value comes from calculation not formal proof.
3. Proofs in ganita (as in science) are based on BOTH reasoning and empirical facts; proofs in formal math are based on a unique type of reasoning which excludes anything empirical. The empirical is prohibited in (formal) math.
4. Ganita is practical, mathematics is religious.

कैलकुलेशन बनाम सबूत

पहले बिन्दु का अनुवाद करना इसलिए मुश्किल है क्योंकि calculation के लिए गणित ही सही शब्द है (परिकलन कहा जा सकता है, लेकिन फिर सवाल यह उठेगा कि परिकलन और गणित में क्या फ़र्क है।) मेरा टूटा-फूटा अनुवाद यह है, कि “गणित में हिसाब पर ज़ोर है, मैथमेटिक्स में सबूत पर”। याद रहे कि हिसाब शब्द अल ख़ारिज़्मी ने हिन्दुस्तानी गणित के लिए इस्तेमाल किया, अपनी ‘हिसाब अल हिन्द’ नामक किताब में, जिससे हिन्दुस्तानी गणित दुनिया भर में मशहूर हुआ और फैला। ख़ैर अनुवाद की बात में दोबारा नहीं फँसना है। अवधारणा पर फोकस करते हैं।

यानी कि गणित में ज़ोर इस बात पर होता है, कि एक और एक दो होते हैं। मैथमेटिक्स में ज़ोर इस बात पर होता है कि एक और एक दो क्यों होते हैं, एक और एक दो होते हैं इसका सबूत क्या है?

Mathematician (गणितज्ञ नहीं) क्या करता है? वह प्रमेय (theorem) का सबूत देता है। जैसे कि शकुन्तला देवी तेज़ी से गणित (calculate) करती थी। वह मैथमेटिक्स नहीं जानती थी। उसने कोई प्रमेय नहीं सिद्ध किया। मंजुल भार्गव तेज़ी से गणित (calculate) नहीं करता। वह मैथमेटिक्स करता है, प्रमेय सिद्ध करता है।

और एक उदाहरण दे दूँ। कई बार शुल्ब सूत्र में पाइथागोरस प्रमेय की बात आती है। बार-बार ये दावा होता है कि हमने पहले किया। अब यह बात मान लेते हैं कि शुल्ब सूत्र पाइथागोरस और उसके अनुयायियों के पहले से था। लेकिन असली पूर्व पक्ष बहुत कम समझते हैं। पूर्व पक्ष यह है कि पाइथागोरस ने सबूत सबसे पहले और सही तरीके से दिया। वह भी पूरा झूठ है यह अलग बात है और थोड़ी देर में उस बात पर आता हूँ। पूर्व पक्ष का खण्डन करने के पहले पूर्व पक्ष समझें तो सही। दोहरा दूँ, पूर्व पक्ष यह है कि पाइथागोरस ने सबसे पहले प्रमेय का सही विधि से सबूत दिया।

बाक़ी दुनिया (मिस्र, इराक, हिन्दुस्तान आदि) में जो लोगों ने किया वह मैथमेटिक्स नहीं क्योंकि उसमें सबूत नहीं। ऐसा हमारी नवीं की पाठ्यपुस्तक आज भी सिखाती है।⁹

इस पूर्व पक्ष का सही जवाब पहले तो यह है कि हमने गणित किया मैथमेटिक्स नहीं। मानव शुल्ब सूत्र (10.10) में कर्ण को calculate करने की विधि है, वर्गमूल निकालकर। “आयामम् आयामम् गुणं विस्तारं विस्तरेण तु, समस्य वर्गमूलं यत्तत् कर्णं तदविदो विदुः” वर्गमूल निकालने की विधि मिस्र में थी और इराक में भी लेकिन पाइथागोरस या यूनानियों के पास नहीं थी और पश्चिम के पास भी नहीं थी। उन्हें भिन्न लिखना ही नहीं आता था तो भला वर्गमूल कैसे निकालते? (रोमन अंकों में भिन्न लिखने की विधि कभी आयी ही नहीं, और ग्रीक अंकों में तुर्की में आठवीं सदी के बाद आयी।)

वैसे तो यूरोपी अंकगणित में सिर्फ पिछड़े ही नहीं थे, उन्होंने अंकगणित (अरबी अंक) हम से सीखा। खासतौर से पश्चिम ने वर्गमूल निकालने की विधि हमसे ही सीखी। $\sqrt{2}$ को surd बोलते हैं। Oxford English Dictionary में देखें तो surd शब्द का मूल लातिनी surdus से है, जिसका अर्थ है बेहेरा। 2 का वर्गमूल बेहेरा क्यों? इसलिए कि 12वीं सदी में उन्होंने भी लातिनी में गलत अनुवाद किया। जैसे कि मानव शुल्ब सूत्र के श्लोक से ज़ाहिर है उसमें पाइथागोरस प्रमेय आयत के सन्दर्भ में है ना कि समकोण त्रिभुज के सन्दर्भ में। अगर आयत की लम्बाई और चौड़ाई दोनों इकाई है, तो उसका कर्ण ही 2 का वर्गमूल होता है। लेकिन कर्ण का मतलब कान भी है, और अनुवादक ने 'खराब कर्ण' को 'खराब कान' बना दिया यानी कि बहरा। और हम पश्चिम की नकल करने के इतने आदी हो गये हैं, कि हम बन्दर और टोपी की कहानी के समान उस ग़लती की भी आज बन्दर के समान नकल करते हैं।

व्यावहारिक लाभ कैलकुलेशन से सबूत से नहीं

दूसरी बात यह है कि व्यावहारिक लाभ कैलकुलेशन से होता है ना कि सबूत से। किराने की दुकान में हम जब $\square 7$ की 12 चीज़ें ख़रीदते हैं तो व्यावहारिक फ़ायदा यह जानने से है कि 12 सत्ते 84 होता है। इसके सबूत से कोई फ़ायदा नहीं। अगर हमें कोई घर या वेदी इत्यादि बनाना हो तो उसके लिए कैलकुलेशन की ज़रूरत होती है सबूत की नहीं। राजमिस्त्री कैलकुलेशन समझता है सबूत नहीं। और मंजुल भार्गव ने जिन प्रमेयों का सबूत दिया उनसे किसी एक को भी किसी भी हिन्दुस्तानी को कोई भी व्यावहारिक लाभ नहीं हुआ।

ऐसा उदाहरण मैं 20 साल पहले भी दे चुका हूँ¹⁰ और इसका एक हाल ही में वीडियो भी है।¹¹ सट्टा बाज़ार समझने के लिए stochastic differential equations driven by Levy motion की ज़रूरत पड़ती है। इनका हल हो सकता है इसका आज तक भी कोई सबूत नहीं है लेकिन व्यवहार में हल कैलकुलेशन से निकाला जा सकता है और इससे फ़ायदा हो सकता है।

मैथमेटिक्स में प्रत्यक्ष वर्जित

मेरे ख़याल से कैलकुलेशन और सबूत की बात आप कुछ-कुछ समझ गये होंगे।

लेकिन थोड़ा और समझा दूँ। गणित में कैलकुलेशन पर ज़ोर था। लेकिन इसका कतई यह मतलब नहीं कि सबूत लुप्त था।

गणित के बारे में यह ग़लत मिथ्या प्रचलित है, और उसका बार-बार खण्डन करना ज़रूरी है क्योंकि हमारी नवीं की पाठ्यपुस्तक भी इस झूठी मिथ्या को फैलाती है, नयी शिक्षा नीति के बाद भी। असली बात छुपाई जाती है कि मैथमेटिक्स में तर्क और सबूत एक विशेष प्रकार का ही हो सकता है जो चर्च को मान्य है और जिससे क्रिस्तानी तार्किक कलाम (Christian rational theology) को सहूलियत हो। ज़्यादातर हिन्दुस्तानी ना तो मैथमेटिक्स समझते हैं ना ही उन्होंने क्रिस्तानी तार्किक कलाम का नाम सुना इसलिए इन दोनों का रिश्ता समझाना ज़रा मुश्किल है।

सबसे सरल उदाहरण एक और एक दो का है। इसका प्रत्यक्ष प्रमाण तो बहुत सरल है और हम उसे किंडरगार्टन में सिखाते हैं कि अक अनार और अक अनार मिलकर दो अनार बनते हैं। इतना आसान कि इसके अलग से सबूत की कोई ज़रूरत नहीं।

लेकिन मैथमेटिक्स में प्रत्यक्ष प्रमाण वर्जित है, इसलिए यह सबूत मान्य नहीं। इसलिए बर्टेंड रसेल को $1+1=2$ सबूत के लिए 378 पन्ने लग गये। (लेकिन इतना लम्बा और कठिन होने से सबूत उत्कृष्ट नहीं हो जाता।)

लेकिन हिन्दुस्तान में सभी दर्शनों ने प्रत्यक्ष प्रमाण माना इसलिए गणित में भी प्रत्यक्ष प्रमाण मंजूर है, और पाइथागोरस प्रमेय का हिन्दुस्तानी सबूत भी प्रत्यक्ष प्रमाण पर आधारित है। उदाहरण के लिए मेरा 20 साल पुराना हवाई का लेख देख ले।¹² यानी कि पहले तो हम ताड़ के पत्ते पर चित्र बनाते हैं, फिर उसे दर्शाये हुए तरीके से काटते हैं और फिर कटे हुए भागों को घुमा कर देखते हैं कि दोनों क्षेत्रफल बराबर हैं।

लेकिन प्रत्यक्ष प्रमाण पर आधारित सबूत को मैथमेटिक्स में सही सबूत नहीं माना जाता, प्रत्यक्ष प्रमाण मैथमेटिक्स में वर्जित है। मैथमेटिक्स में सबूत एक विशेष प्रकार का नहीं हो सकता जिसका प्रत्यक्ष से तलाक़शुदा होना ज़रूरी है।

यानी कि अहम बात यह है, कि गणित में प्रत्यक्ष प्रमाण मंजूर है मैथमेटिक्स में नहीं। (Empirical proofs are accepted in ganita, but prohibited in mathematics.)

और एक उदाहरण दे दूँ। जैसे कि आर्यभट्ट ने भी कहा (गणित 13) में "साध्या जलेन सम्भूरध उर्ध्व लम्ब केनैव"। यानी कि समतल जानने के लिए जल का इस्तेमाल करो और ऊर्ध्व जानने के लिए लम्बक का। यह तो बहुत साधारण-सी बात है अगर ढाल

होगी तो पानी बह जायेगा। सभी मिस्त्री करते हैं। देखा होगा आपने भी। इसकी ख़ासियत क्या है? यह प्रत्यक्ष प्रमाण पर आधारित है। आप जल को या लम्बक को इन्द्रियों के सहारे ही देख सकते हैं। और गणित में हमेशा से प्रत्यक्ष प्रमाण स्वीकृत है। यानी कि गणित में भी पाइथोगोरस प्रमेय का प्रमाण तो मिलता है, लेकिन वह प्रत्यक्ष प्रमाण पर आधारित है।

लेकिन यह विकृति अत्यधिक प्रचलित है कि गणित में सबूत नहीं था या तर्क ही नहीं था। हालाँकि हिन्दुस्तानी फ़लसफ़े के बारे में जो रसी भर भी जानता है उसे मालूम होना चाहिए कि हिन्दुस्तानी फ़लसफ़े में (लोकायत को छोड़) दोनों प्रत्यक्ष और अनुमान (तर्क) माने जाते हैं।

यह मिथ्या भी बहुत प्रचलित है कि तर्क पश्चिम की देन है।¹³ सच बात तो यह है कि पश्चिम ने तर्क 12वीं सदी के बाद अरबी-इस्लामी साहित्य (इब्न रोश्द इत्यादि) से सीखा, और उसके बारे में झूठा इतिहास गढ़ा कि यह चर्च की विरासत है क्योंकि यह अरस्तू की देन है। सच्चाई तो यह है कि नकली अरस्तू (Aristotle of Toledo) के बहुत पहले से और असली अरस्तू (Aristotle of Stagira) के भी पहले से लोकायत को छोड़ सभी हिन्दुस्तानी दर्शन अनुमान को प्रमाण मानते हैं। अरबी साहित्य में जो तर्कक्रम अरस्तू का बतलाया गया है वह न्याय फ़लसफ़े का अवयव है।¹⁴

ख़ैर इतिहास को छोड़ यह तो भ्रान्ति है ही कि अगर प्रत्यक्ष मंजूर है तो तर्क हो ही नहीं सकता। विज्ञान में प्रत्यक्ष मंजूर है, तो क्या उसमें तर्क नहीं इस्तेमाल होता? वैसे गणित से ही एक और उदाहरण दे दूँ। आर्यभट्ट ने सुन्दर उपमा दी (गोल 7) कि पृथ्वी (भूगोल) कदम्ब के फूल के समान है। पृथ्वी गोल है इसका कोई प्रत्यक्ष प्रमाण उस ज़माने में आधारित नहीं था, आर्यभट्ट ने अन्तरिक्ष में जाकर पृथ्वी को नहीं देखा। जैसे आर्यभट्ट के अनुयायी लल्ल (शिष्यधिवृद्धिद, मिथ्याज्ञाननिराकरणम्, 20.36) समझाते हैं दूर के झाड़ दिखते नहीं (और जहाज़ क्षितिज में विलीन हो जाता है, और क्षितिज गोलाकार है)। इस प्रत्यक्ष अवलोकन से यह अनुमान लगाया जाता है कि पृथ्वी गोल है, और उसकी त्रिज्या को नापा भी जा सकता है, जैसे मेरे विद्यार्थी भी कर चुके हैं।¹⁵

बात दोहरा दूँ। प्रचलित मिथ्याओं के विपरीत, गणित में सबूत थे और वह प्रत्यक्ष और अनुमान (तर्क) दोनों पर आधारित थे।

तर्क पश्चिम में पैदा हुआ यह मिथ्या कहाँ से शुरू हुई? पश्चिम में क्रुसेड के दौरान क्रिस्तानी तार्किक कलाम ने जो तर्क विकसित किया उसे 'चर्ची तर्क' कह सकते हैं। इस चर्ची तर्क की ख़ासियत यह है कि इसमें प्रत्यक्ष वर्जित है, इसे 'चर्ची तर्क' कहना उचित है क्योंकि प्रत्यक्ष को वर्जित करने से ना विज्ञान का फ़ायदा होता है ना सत्य का। लेकिन चर्च की हठधर्मिता प्रत्यक्ष के द्वारा खण्डित होने से बचती है। तो चर्च का ज़रूर अत्यन्त फ़ायदा होता है। क्योंकि यूरोपीय मानसिकता पर तब चर्च का केवल दबदबा नहीं पूरा वर्चस्व था इसलिए इस प्रकार का चर्ची तर्क मैथमेटिक्स में भी

आ गया। अगर हम मैथमेटिक्स विज्ञान के लिए करते हैं तो इसमें प्रत्यक्ष वर्जित करने की क्या ज़रूरत?

मैथमेटिक्स में प्रत्यक्ष प्रमाण वर्जित है। बल्कि किसी भी प्रकार से प्रत्यक्ष ही वर्जित है। ज्यामिति से और एक उदाहरण देता हूँ।

छठी की पाठ्यपुस्तक सिखाती है कि ज्यामितीय बिन्दु अदृश्य होता है। और न ही आप बिन्दु को किसी और इन्द्रियों के सहारे जान सकते हैं, न छू सकते हैं न सूँघ सकते हैं। ज्यामितीय बिन्दु अदृश्य होना आवश्यक है क्योंकि यह मान्यता है कि ज्यामितीय बिन्दु की कोई साइज नहीं है, कोई विस्तार नहीं है, जैसे साइज असली बिन्दु (डॉट) की होती है।

बिन्दु का अदृश्य होना आवश्यक इसलिए भी है क्योंकि नवीं की पाठ्यपुस्तक यह axiom सिखाती है कि दो अदृश्य बिन्दुओं को सिर्फ़ एक ही सरल रेखा से जोड़ा जा सकता है। ये टिप्पणी भी कर दूँ कि axiom यानी मान्यता या परिकल्पना को 'स्वयंसिद्ध' कहना एकदम ग़लत अनुवाद है। यह बात पाठ्यपुस्तक भी सही सिखाती है, कि axiom और postulate (मान्यता, परिकल्पना) में कोई फ़र्क़ नहीं।

अगर बिन्दु की कोई साइज होगी और डॉट के समान दिखेगा तो यह परिकल्पना तुरन्त ही झूठी साबित हो जायेगी क्योंकि दो दृश्य बिन्दुओं (या दो डॉट) को एक से ज़्यादा सरल रेखा से जोड़ा जा सकता है।

यानी कि प्रत्यक्ष को हटाकर शुरू से मैथमेटिक्स के सहारे पाखण्ड सिखाया जाता है। परिभाषा में प्रत्यक्ष नहीं, व्यवहार में तो ज़रूरी है बच नहीं सकते।

प्रत्यक्ष हटा देने से बच्चा खुद बिन्दु के बारे में कुछ नहीं जान सकता। पश्चिम की बताई हुई परिकल्पना पर पूरी तरह निर्भर हो जाता है। पश्चिम का मानसिक गुलाम बन जाता है। यह पहला क़दम है आपको पश्चिम के अधीन बनाने का जो हमारी समझ में आज तक नहीं आया।

यह भी याद रहे कि प्रत्यक्ष को वर्जित कर देने से हिन्दुस्तानी सारे दर्शन एक ही बार में ख़त्म कर दिये जाते हैं, क्योंकि सभी हिन्दुस्तानी दर्शन प्रत्यक्ष को पहला प्रमाण मानते हैं। यानी आपकी सारी सोच घटिया करार दी जाती है। यह हम अब भी सिखाते हैं। मालूम नहीं यह छोटी-सी चाल समझने में हमें और कितनी सदियाँ लगेगी।

अन्तरों का एक परिणाम : $1 + 1 = 2$ की मैथमेटिक्स में कठिनाई

प्रत्यक्ष प्रमाण को हटा देने से मैथमेटिक्स बहुत कठिन हो जाता है। $1+1=2$ का सबूत बहुत कठिन हो जाता है। यह तो हम देख ही चुके हैं, लेकिन कितना कठिन इसका शायद आपको अनुमान नहीं होगा। अभी हाल में जे.एन.यू. में भाषण दिया।¹⁶ वहाँ दस लाख के इनाम का ऐलान किया $1+1=2$ के सबूत के लिए।

याद रहे मैथमेटिक्स में 1 के अनेक अर्थ हैं : 1 as a cardinal, 1 as a natural number, 1 as an integer, 1 as a rational number, 1 as a real number, 1 as a truth value etc. मैथमेटिक्स में यह सब अलग चीजें हैं। रसेल का $1+1=k2$ का सबूत सिर्फ cardinal numbers तक सीमित है। और मैं फ़िलहाल 1 “वास्तविक संख्या : (real number)” की बात कर रहा हूँ, जो नवीं की कक्षा से ही सिखायी जाती है। (नवीं की पाठ्यपुस्तक का पहला अध्याय देखें।)

दस लाख के इनाम का ऐलान इसलिए किया कि आपको कुछ अहसास तो हो कि मैथमेटिक्स क्या चीज़ है और वह गणित से कितना भिन्न है। आपको कुछ यह भी एहसास हो कि हमारे बड़े-बड़े विश्वविद्यालयों के बड़े-बड़े प्रोफ़ेसरों को $1+1=2$ का मैथमेटिक्स में कारण नहीं मालूम लेकिन फिर भी उनका पूरा अन्धविश्वास है कि पश्चिम के तौर-तरीके ही सबसे बेहतर हैं। इसी तरह हमारे तर्कवादी लोगों को भी साधारण तर्क और चर्च के तर्क के बीच में फ़र्क नहीं मालूम। दोनों के लिए एक ही शब्द इस्तेमाल करते हैं, और दोनों अर्थों में विरोधाभास नहीं समझ आता।

इतनी कठिनाई क्यों है यह भी समझा दूँ। वह इसलिए कि ‘वास्तविक संख्या’ 1 की परिभाषा के लिए अनन्त की विशेष परिकल्पना ज़रूरी है, जो विशेष परिकल्पना चर्च की अनन्त काल की परिकल्पना से जुड़ी है।¹⁷ इसी गैर-वास्तविक ‘वास्तविक संख्या’ की परिकल्पना पर आज कैलकुलस यानी सारा विज्ञान आधारित है। यह हिन्दू धर्म में अनन्त काल की परिकल्पना के बिल्कुल विपरीत है, इतना विपरीत कि चर्च ने उसे अपना सबसे बड़ा श्राप दिया।¹⁸ यह लम्बी बात है। बर्लिन के वक्तव्य का वीडियो देख लें।¹⁹

सेकुलर गणित और मज़हबी मैथमेटिक्स

यह चौथा बिन्दु है। गणित व्यावहारिक है, मैथमेटिक्स मज़हब से जुड़ा है।

आपको शायद फिर से अचरज होगा। लेकिन मैथमेटिक्स और मज़हब का रिश्ता बहुत पुराना है। मिस्र की रहस्यवादी ज्यामिति के समय से। रहस्यवाद केवल काव्य में नहीं पाया जाता, ज्यामिति में भी पाया जाता है।

यानी मैथमेटिक्स अध्यात्म से जुड़ा है। इसका वर्णन हमें अफ़लातून में मिलता है। उदाहरण के लिए सुकरात और गुलाम लड़के की प्रसिद्ध कहानी में²⁰ पश्चिमी लोग मैथमेटिक्स के अध्यात्म से रिश्ते की बात को तुरन्त समझ जाते हैं, क्योंकि वहाँ के अल्प

शिक्षित लोग भी कुछ तो जानते हैं अफ़लातून के बारे में।

मैथमेटिक्स शब्द की व्युत्पत्ति ही mathesis से हुई है, और अफ़लातून का कहना है, वह हमारे आन्तरिक ज्ञान से जुड़ा है। यह बात अफ़लातून अपने कई संवाद में समझाता है। जिसे हम सीखना (mathesis) कहते हैं वह केवल पिछले जन्मों की याददाश्त जगाने की प्रक्रिया है। (“All learning is recollection of knowledge acquired in past lives.”)

इसको चैक करना आज बहुत आसान है। उपरोक्त लिंक पर Meno के अन्दर ‘soul’ खोजें और तीसरी बार जहाँ आता है वहाँ पढ़ें। सुकरात समझाता है कि गुलाम लड़के को मैथमेटिक्स का आन्तरिक ज्ञान है और क्योंकि उसने इस जन्म में नहीं सीखा इसलिए पिछले जन्म में सीखा। और mathesis

यानी सीखना। यानी कि आन्तरिक ज्ञान को उजागर करना। और मैथमेटिक्स इसमें मदद करता है। क्योंकि अफ़लातून का मानना था कि मैथमेटिक्स अनन्त काल के ज्ञान से जुड़ा है। इस बात की पुष्टि के लिए अफ़लातून का संवाद रिपब्लिक (किताब 7) में देखें,²¹ पहले के समान लिंक पर जायें और ‘eternal’ शब्द खोजें।

गणित पूरी तरह से व्यावहारिक था। लेकिन अफ़लातून की सोच मैथमेटिक्स को व्यावहारिक ज्ञान से अलग करती है। अफ़लातून ने रिपब्लिक नाम के आदर्श राज्य की कल्पना की। उस आदर्श राज्य की शिक्षा नीति क्या है? वहाँ अफ़लातून साफ़ कहता है कि मैथमेटिक्स व्यावहारिक लाभ के लिए नहीं पढ़ना चाहिए, उसे आत्मा के उत्थान के लिए पढ़ना चाहिए।

आज भी यही बात चली आ रही है। मंजुल भार्गव के मैथमेटिक्स का क्या व्यावहारिक फ़ायदा हुआ किसी हिन्दुस्तानी को? जवाब नहीं है किसी के पास क्योंकि उस मैथमेटिक्स का कोई व्यावहारिक फ़ायदा नहीं।

खैर मुझे अफ़लातून या पाइथागोरस के रहस्यवाद और रहस्यवादी ज्यामिति से कोई खास शिकायत नहीं। शिकायत है तो इस बात से कि मैथमेटिक्स और मज़हब के इस रिश्ते को चर्च ने कैसे तोड़-मरोड़ कर अपनी राजनीति से जोड़ा। यह थोड़ी लम्बी कहानी है, जो मैंने अपनी किताब²² Euclid and Jesus में समझाई है।

संक्षेप में 11वीं सदी से चर्च ने मुसलमानों का बलपूर्वक धर्मान्तरण करने के लिए क्रुसेड या क्रिस्तानी जिहाद छेड़ा। वह विफल रहा। मुसलमान बाइबल भी नहीं मानते थे। जब बल और बाइबल दोनों विफल रहे तो तीसरा विकल्प क्या था?

तर्क। उस समय इस्लाम में अकली-कलाम (Islamic rational theology) प्रचलित था। उसी की नकल कर चर्च ने rational theology बनायी। हिन्दी में शायद उसे 'तार्किक God-ज्ञान' कहेंगे या क्रिस्तानी तार्किक कलाम कहेंगे।

नकल छुपाने के लिए तर्क का श्रेय ग्रीक को दिया। कहा कि यह हमारी विरासत है। इसी मिथक से God-ज्ञान वाले तर्क (जिसमें प्रत्यक्ष वर्जित है) और मैथमेटिक्स को जोड़ा। तर्क से जुड़े दो ग्रीक नाम प्रसिद्ध हो गये, एक अरस्तू का और दूसरा यूक्लिड का। ऊपर 'अरस्तू' का न्याय से सम्बन्ध का जिक्र हो चुका है। 'यूक्लिड' की किताब ज्यामिति पर थी। वही मिस्र की रहस्यवादी ज्यामिति जिसका वर्णन अफ़लातून करता है।

यह उद्देश्य इससे भी स्पष्ट है कि किताब में बहुत सारे रेखाचित्र हैं और अफ़लातून का कहना है कि चित्र देखने से आत्मा की पुरानी यादें आसानी से जाग्रत होती हैं (यानी कि चित्र के सहारे हम जल्दी सीखते हैं)।²³

लेकिन चर्च को यह किताब अपने फ़ायदे के लिए चाहिए थी। इसलिए उसकी पुनर्व्याख्या की यह किताब सबूत देने के बारे में है। चर्च का मक़सद था तर्क के द्वारा मुसलमानों का धर्मान्तरण करें। पुनर्व्याख्या ने इसी को किताब का भी उद्देश्य बना दिया कि तर्क के आधार पर सबूत देना है।

तथ्य वर्जित करने की चाल भी किसी के समझ में नहीं आयी। कैलकुलेशन से चर्च का बहुत कम काम था। इसलिए चर्च के मैथमेटिक्स का उद्देश्य ही सबूत बन गया कैलकुलेशन नहीं। चर्च हमेशा अपना गुणगान करता है और उसने यह ऐलान कर दिया कि यही दुनिया भर में मैथमेटिक्स का सही उद्देश्य होना चाहिए कि लोगों को यक्रीन दिलाया जाय। आज भी हमारी पाठ्यपुस्तक यही सिखाती है।

पश्चिमी शिक्षा चर्च की शिक्षा थी। इसलिए इसमें इसी तरह का मैथमेटिक्स सिखाया गया कई सदियों तक। उपनिवेशवाद के दौरान यह मैथमेटिक्स और यूक्लिड का मिथक भी हमारे यहाँ आया और अब भी हमारी पाठ्यपुस्तकों में है। एनसीईआरटी से यूक्लिड के लिए प्राथमिक स्रोतों से प्रमाण माँगा। एनसीईआरटी का लिखित जवाब आया कि प्राथमिक स्रोतों से सबूत की कोई ज़रूरत नहीं है पश्चिमी इतिहास के लिए। हिन्दुस्तान के सभी गुलाम विद्यार्थियों को यह मानना अनिवार्य है कि अगर कोई चीज़ पश्चिम की 10 किताबों में लिखी है तो वह हमेशा सच है।²⁴ चर्च का झूठा प्रचार पाठ्यपुस्तकों द्वारा फैलाकर हमारी सरकार यह सिद्ध कर रही है कि यही प्रचार हमारी आत्मनिर्भरता की कुंजी है।

यूक्लिड के मिथक का भांडा लगभग 750 साल बाद फूट गया। पता चला कि उस किताब में एक भी प्रत्यक्ष रहित प्रमाण नहीं है, सबसे पहले प्रमेय से लेकर। यूक्लिड में प्रत्यक्ष रहित प्रमाण की बात पूरी की पूरी मिथ्या है। पश्चिम के सभी विद्वानों ने यह

किताब पढ़ी। लेकिन 750 साल में किसी ने यह नहीं देखा कि इसका पहला प्रमेय ही प्रत्यक्ष प्रमाण पर आधारित है। यह बात उप-अन्तिम (पाइथागोरस) प्रमेय तक लागू होती है। 750 साल तक यूरोपीय लोगों को ऐसा अन्धविश्वास कैसे जकड़ा रहा यह समझना बहुत मुश्किल है।

कैम्ब्रिज विश्वविद्यालय ने तो कमाल की ग़लती की। प्रत्यक्ष रहित प्रमाण में प्रमेयों का अनुक्रम विशेष महत्त्व रखता है। और मिथक के मुताबिक इसी अनुक्रम का श्रेय यूक्लिड को दिया जाता है। विश्वविद्यालय ने अपने परीक्षा के नियमों में यह बात डाल दी की यूक्लिड के प्रमेयों का अनुक्रम पालन करना अनिवार्य है। हास्यास्पद बात यह है इसके साथ-साथ विश्वविद्यालय ने एक पुस्तक तैयार की जिसमें सारे के सारे सबूत प्रत्यक्ष पर आधारित हैं।²⁵ प्रत्यक्ष पर आधारित सबूत का क्रम से कुछ लेना-देना नहीं। इतने बड़े विश्वविद्यालय का कोई भी विद्वान यह छोटी-सी बात नहीं समझा। चलिए हम भी नकल करते हैं!

19वीं शताब्दी में यह बात मानी गयी कि यूक्लिड की किताब में कोई भी प्रत्यक्ष रहित सबूत नहीं है। ऐसा दावा चर्च ने सिर्फ़ अपने फ़ायदे के लिए किया था और अन्धविश्वासी यूरोपीय लोग उसे मान गये। हिल्बर्ट ने मिथक बचाने के लिए दूसरी पूरी किताब लिख दी 'फ़ाउंडेशंस ऑफ़ ज्योमेट्री'²⁶ जिसमें परिकल्पना पर आधारित सबूत थे। यूक्लिड की किताब के पुनर्लेखन में किताब को कुछ अजीब तरह से मरोड़ा गया। जैसे कि हिल्बर्ट की ज्यामिति (synthetic geometry) में लम्बाई नापना वर्जित है। फिर भी क्षेत्रफल की परिभाषा है।

सबसे आश्चर्य की बात यह है कि हिल्बर्ट, रसल इत्यादि सभी पश्चिमी विद्वानों ने अब भी उस अन्धविश्वास को माना कि प्रत्यक्ष रहित प्रमाण अचूक होता है।²⁷ सबसे दुखपूर्वक बात यह है कि हिन्दुस्तानी सरकार अब भी यह मानकर चलती है कि हिन्दुस्तानी पश्चिमियों के गुलाम हैं और उनके सोच के विरुद्ध नहीं जा सकते। आख़िर हमें तेज़ी से आत्मनिर्भर जो बनना है।

ख़ैर चर्च ने जो किया सो किया। अपनी शिक्षा की बात पर वापिस आते हैं।

ब्रिटिश हुकूमत के दौरान हमारी शिक्षा प्रणाली बदली। गणित की जगह हम मैथमेटिक्स पढ़ाने लगे। हम अक्सर मैकाले को दोष देते हैं। लेकिन यह शिक्षा प्रणाली तो चर्च ने बनायी। ऑक्सफोर्ड, कैम्ब्रिज जैसे विश्वविद्यालय चर्च ने खड़े किये मैकाले से सदियों पहले। और यही शिक्षा प्रणाली दुनिया भर में फैली है। लेकिन हम अपनी कहानी पर अडिग हैं कि दुनिया में चाहे कुछ भी हुआ हो हमारे यहाँ यह शिक्षा प्रणाली केवल मैकाले के कारण फैली। एक ही घटना के अलग-अलग कारण देना हेत्वाभास की निशानी है। इस बात को समझने में हमें शायद और 50 वर्ष लग जायेंगे कि हमारी शिक्षा प्रणाली चर्च की देन है मैकाले की नहीं।

चर्च ने यह शिक्षा प्रणाली अपने फ़ायदे के लिए बनायी। तो

यह हमारी मूर्खता है कि हमने ग़लत सोचा इससे हमारा फ़ायदा होता है। कभी इस बात पर चिन्तन नहीं किया आज़ादी के बाद भी मूल रूप से इस शिक्षा प्रणाली के बारे में। चर्च का कहा सब मान लिया। चर्च के फ़रमान के मुताबिक हम आज उस पर चिन्तन भी नहीं कर सकते। क्या ग़ज़ब की आज़ादी पायी हमने।

उदाहरण के लिए जैसे मैंने समझाया, मैथमेटिक्स में प्रत्यक्ष प्रमाण वर्जित है। लोगों को भ्रमित करने के लिए यह बात स्पष्ट रूप से समझाई ही नहीं जाती। एमएससी., पीएच.डी. करेंगे मैथमेटिक्स में, जैसे मैंने की तो उसके बाद समझ आती है। लेकिन उस वक़्त मैथमेटिक्स छोड़ना मुश्किल हो जाता है।

चलिए अब तक नहीं सोचा तो अब सोचते हैं। तो प्रत्यक्ष प्रमाण वर्जित करने से हमारा क्या फ़ायदा हुआ? आख़िर व्यवहार में अगर हमें दो बिन्दुओं के बीच की दूरी निकालना है तो वह बिन्दु दिखना चाहिए। दो दृश्य बिन्दुओं को एक रेखाखण्ड से जोड़कर उस रेखाखण्ड की लम्बाई स्केल से प्रत्यक्ष रूप से नापते हैं। अगर आप मैथमेटिक्स विज्ञान के लिए करते हो तो भी प्रत्यक्ष वर्जित करने का क्या फ़ायदा?

आख़िर विज्ञान प्रत्यक्ष प्रमाण पर आधारित है।

लेकिन प्रत्यक्ष वर्जित करने से चर्च का फ़ायदा ही फ़ायदा है। चर्च की सभी बातें कल्पना या ग़ैर-प्रत्यक्ष पर आधारित हैं, प्रत्यक्ष प्रमाण से वह सब की सब तुरन्त झूठी साबित हो जायेंगी जैसे कि एंजेल या गॉड इत्यादि।

चर्च के मिथक : यूक्लिड का मामला

चलिए आगे बढ़ते हैं। तो अगर 'यूक्लिड' का नाम हटा देंगे हमारी पाठ्यपुस्तक से तो क्या फ़र्क पड़ेगा? संक्षेप में 'यूक्लिड' चर्च की नकाब है। नकाब हट जायेगी तो चर्च का चेहरा साफ़ नज़र आने लगेगा। हमें कहना पड़ेगा कि इस किताब का लेखक अज्ञात है। हमें इस किताब के बारे में सिर्फ़ इतना पक्का पता है कि यह 800 साल तक चर्च की पाठ्यपुस्तक थी 20वीं सदी तक 12वीं सदी से (जब एक क्रिस्तानी जासूस Adelard of Bath यूक्लिड की किताब पहली बार क्रिस्तानी यूरोप लाया। हमें यह भी कहना पड़ेगा कि यह मैथमेटिक्स में विचारधारा चर्च से शुरू हुई है ना किसी ग्रीक से।

तो क्या आप नवीं की पाठ्यपुस्तक के अध्याय का शीर्षक बदल सकते हैं? 'यूक्लिड की ज्यामिति का परिचय' न कहकर 'चर्च की ज्यामिति का परिचय' लिख सकते हैं? क्या यह कह सकते हैं

कि चर्च की ज्यामिति श्रेष्ठ है और हमारी शुल्ब सूत्र की ज्यामिति घटिया है। ज़ाहिर है इसके लिए कम-से-कम कुछ अध्ययन की ज़रूरत है। दोनों के बीच में तुलना करना ज़रूरी है जो हमने आज तक नहीं की।

अब कई लोग कहते हैं लेखक से क्या फ़र्क पड़ता है, किताब तो है। अभी indology पर मीटिंग हुई थी। मेरे प्रसूतिकरण²⁸ के बाद वहाँ भी यह सवाल उठा। "क्या फ़र्क पड़ता है, कि यूक्लिड आदमी था या औरत, गोरा था या काला, किताब तो है।"²⁹ पहली बात तो यह कि अगर फ़र्क नहीं पड़ता है तो हम यूक्लिड को गोरे आदमी की जगह काली औरत दर्शाएँ जैसे मैंने अपनी किताब के कवर पृष्ठ पर दर्शाया है, दूसरी बात, किताब तो है, लेकिन

आपने पढ़ी है क्या? चर्च को मालूम है कि लोग केवल अन्दाज़ा लगायेंगे। साक्ष्य की तहकीकात नहीं करेंगे।

तो किताब तो है, लेकिन उस किताब में प्रत्यक्ष प्रमाण वर्जित नहीं है। पहले प्रमेय से लेकर उपन्तिम 'पाइथागोरस' प्रमेय तक, सभी सबूत प्रत्यक्ष पर आधारित हैं। अन्धविश्वासी पश्चिम के विद्वान लोगों ने यह किताब पढ़ी लेकिन यह बात समझने

में करीब 800 साल लग गये।

करीब सौ साल पहले यह बात खुले आम स्वीकार की गयी। यानी कि तथ्य रहित सबूत का आविष्कार चर्च ने किया अपने फ़ायदे के लिए, किसी अनजान ग्रीक ने नहीं। बर्ट्रेड रसेल ने कुछ-कुछ ज़रूर बोला चर्च के खिलाफ़ लेकिन वह भी चर्च की चपेट में आ गया। उसने कहा कि यूक्लिड का इरादा चर्च के इरादे से किसी विचित्र रूप से जुड़ा था। केवल उसने ग़लती की सबूत देने में। यानी कि यूक्लिड का आधा मिथक मान के चला।

हिल्बर्ट की पूरी किताब लिख दी Foundations of geometry 1898 में जिसमें दुनिया में पहली बार पाइथागोरस प्रमेय के प्रत्यक्ष रहित सबूत दिये गये। लेकिन दोनों ने यह माना कि तथ्य रहित सबूत श्रेष्ठ है (deduction is superior) क्योंकि वह अचूक है (deduction is infallible)। यह बात दोहरा दूँ कि यह महज़ अन्धविश्वास है।³⁰ और यह अन्धविश्वास यूक्लिड के मिथक से जुड़ा है, कि यूक्लिड ने कुछ उत्कृष्ट किस्म के सबूत दिये। मिथक हटाने से उसकी पोल खुल जायेगी।

इसके विपरीत सभी हिन्दुस्तानी फ़लसफ़े और विज्ञान भी प्रत्यक्ष प्रमाण मानते हैं। लेकिन यह भी मानते हैं कि प्रत्यक्ष में भी

चूक हो सकती है, जैसे कि रज्जू सर्प न्याय, या experimental errors.

चर्च के अन्धविश्वास : डिडक्शन चूक सकता है

लेकिन डिडक्शन का अचूक होना यह महज़ चर्च का फैलाया हुआ पश्चिमी अन्धविश्वास है। वह अचूक शब्द से ही पता चलता है, जैसे कि पोप अचूक है।

मुझे यह बात सुन कर बड़ी हँसी आती है कि डिडक्शन अचूक है। मैं मैथमेटिक्स पढ़ाता था और विद्यार्थियों को सबूत देने में बहुत चूक होती थी। तो कौन से लोगों का डिडक्शन अचूक है? विद्वानों ने भी मैथमेटिक्स में कई ग़लत सबूत छापे हैं, जैसे कि कोसाम्बी ने।³¹

शतरंज का खेल पूरी तरह से डिडक्शन पर आधारित है, और प्रत्येक मनुष्य, बड़े-से-बड़ा grandmaster भी, इसमें हर बार ग़लती करता है, इसलिए कम्प्यूटर से हर बार हार जाता है। यानी कि हरेक इन्सान डिडक्शन में हरेक बार चूक करता है। बचपन में साँप घर में बहुत बार आये, बरसात के मौसम में लगभग हर दिन, लेकिन साँप को रस्सी समझ लेने की चूक तो मैंने ज़िन्दगी में एक ही बार की, जब मेरा चश्मा टूटा था, और तब भी सतर्क था।

अब यह बात हिन्दी में कहना मुश्किल है। डिडक्शन के लिए सही शब्द अनुमान है। लेकिन हिन्दुस्तान में लोकायत ने अनुमान की कड़ी आलोचना की। उनकी आलोचना सही थी। अनुमान से जो निष्कर्ष निकलता है (यानी कि mathematical theorem) वह वैध ज्ञान नहीं। लोकायत की सोच सही थी कि शुरुआती परिकल्पनाएँ ग़लत हो सकती हैं, इसलिए निष्कर्ष भी ग़लत निकलेगा। शायद इस आलोचना के कारण अनुमान का बोलचाल का अर्थ अन्दाज़ा हो गया है। इसलिए डिडक्शन कोई ऊँची चीज़ है, यह बताने के लिए हमारे अनुवादकों ने अलग शब्द का इस्तेमाल किया 'निगमन'।

मैंने सोचा कि आपको समझाऊँगा कि डिडक्शन और इंडक्शन के बीच क्या फ़र्क है। लेकिन हिन्दी में इंडक्शन के लिए एक ही शब्द मिला : निगमन। यानी कि चर्च ने तो हमें बेवकूफ़ बनाया ही, वो एक बात है। हमने उस बेवकूफी की चक्रवृद्धि कर दी ख़ूब सारे ग़लत अनुवाद कर।

नवीनता का डर

डिडक्शन अचूक है यह हमारा अकेला अन्धविश्वास नहीं। सबसे

बड़ा अन्धविश्वास यह है कि सब विदेशी चीज़ श्रेष्ठ है, और देशी चीज़ घटिया है। यह चर्च के प्रचार का तरीका है : पहले समझाते हैं कि आपकी सब चीज़ घटिया है, हमारी श्रेष्ठ है हमारी नक़ल करो। यह श्रेष्ठता का दावा ब्याकरण में भी घुस गया है। क्रिस्तानी भगवान को God हमेशा बड़े अक्षरों में लिखना ज़रूरी है।

इसलिए हमारा अन्धविश्वास है कि अगर पश्चिम की नक़ल नहीं करेंगे तो बर्बाद हो जायेंगे। रॉकेट कैसा चलेगा? मैं पचास बार समझा चुका हूँ कि रॉकेट का प्रक्षेपण पथ कैलकुलेशन से आता है, और वह कैलकुलेशन आज भी गणित की विधि से होता है, लगभग आर्यभट्ट की विधि से, जैसा मैं अपने कोर्स calculus without limits में सिखाता हूँ।³²

लेकिन अगर आप रॉकेट की trajectory calculate करने की विधि

नहीं समझते हैं, और आपके दिमाग़ में अन्धविश्वास का डर भरा हुआ है, तो मैं नहीं समझा सकता। कम-से-कम इतना याद रहे कि trajectory कम्प्यूटर के सहारे कैलकुलेट करते हैं, दोनों नासा और इसरो सबूत नहीं देते।

सार्वजनिक बहस की ज़रूरत

दूसरी बात यह कि बदलाव लायेंगे कैसे? शिक्षा नीति की कमिटी वाले नहीं लायेंगे।

शिक्षा नीति की कमेटी के अध्यक्ष कस्तूरी रंगन थे। उनका शिक्षा के क्षेत्र में कोई काम नहीं। वह तो ज़िन्दगी भर साइंस बाबू रहे। आपका अन्दाज़ा होगा कि वे स्पेस साइंस के बारे में जानते हैं। जानते होंगे। लेकिन मेरा अनुभव कुछ और कहता है। मैंने उनके साथ काम किया 80 के दशक में INSAT 2D के मामले में। तब वे ISRO satellite centre (ISAC) के हेड थे। उपग्रह के डिज़ाइन के लिए सारा कम्प्यूटर प्रोग्राम फ्रांस से लाया गया। पूरी नक़ल। कोड के लाखों लाइन में 200 लाइनें इसरो ने बदलीं। वो भी किसी पुस्तक से नक़ल कर।

उसको दुरुस्त करने के लिए अपना दिमाग़ लगाकर दस लाइन भी खुद नहीं लिखीं। मैंने लिखित रिपोर्ट में संकेत दिया कि प्रोग्राम ग़लत है। उन्होंने माना नहीं। नतीजा सैटेलाइट फेल हो गया। अब फेल तो होते रहते हैं, लेकिन जब इतना महँगा 500 करोड़ का उपग्रह फेल होता है, तो उससे कुछ सीखें तो सही। उसके फेल होने

का कारण तो समझना चाहिए। कम-से-कम समझने की कोशिश तो करें। लेकिन हमारी पूरी मेहनत इसमें लगी कि मामले को जल्दी-से-जल्दी दबा दिया जाये।

ख़ैर मैं सिर्फ़ इतना कहना चाहता हूँ, कि नक़ल कर उपग्रह बन सकता है। शिक्षा नीति नहीं। शिक्षा नीति डूबेगी तो पता भी नहीं चलेगा। सारे एक्सपर्ट तो जो इसी शिक्षा नीति से सीखे हैं। और दोहरा दूँ कि मंजुल भार्गव मैथमेटिक्स करता है, और उसके मैथमेटिक्स का कोई व्यावहारिक लाभ नहीं।

तो बदलाव लाने का एक ही तरीका है। पुराने ज़माने की तरह शास्त्रार्थ या सार्वजनिक बहस की जाय। मैं तो 6 साल से कोशिश कर रहा हूँ।³³ ज्यादातर लोग रोहित धनकर के समान डर के भाग गये और बहाना बनाया। तीन साल पहले मन्त्री सतपाल सिंह से पूछा था, सो उन्होंने कहा कि मेरे बस की बात नहीं है।

इस साल शिमला संस्थान में बहस होने वाली थी, लेकिन कोविड के कारण नहीं हो पायी। वैसे तो बहुत सरल बात है। कितने सारे सरकारी कॉलेज हैं, एनसीईआरटी को भी सरकार आसानी से कह सकती है कि सार्वजनिक बहस करो। सरकार उनको तो कह सकती है मैथमेटिक्स सिखाने की विधि सही क्यों है, यह सार्वजनिक रूप से समझाएँ। जो मैथमेटिक्स सिखाते हैं वह सेक्युलर भी है या नहीं है इस बात को भी स्पष्ट करें। लेकिन हमारी राजनीति व्यापार से जुड़ी है आज़ादी से नहीं, खासतौर से मानसिक आज़ादी से नहीं। आज़ादी तो एक गन्दा शब्द बन कर रह गया है। चर्च ने जो सिस्टम बनाया है उसे तोड़ना मुश्किल है।

इसलिए मुझे लगता है कि यह काम केवल विदेश में होगा शायद अफ्रीका में। उसके बाद हम उसकी नक़ल करेंगे।

शैक्षणिक सामग्री उपलब्ध है

आखिरी बात यह है कि अगर हम बदलाव लाना चाहते हैं तो क्या उसके लिए पर्याप्त सामग्री है। गणित की विधि से कैलकुलस सिखाने का मेरा कोर्स हिन्दुस्तान में तीन विश्वविद्यालय में चल चुका है : सारनाथ, अम्बेडकर यूनिवर्सिटी दिल्ली और जीएसटी यूनिवर्सिटी दिल्ली एनसीआर। और विदेश में भी तीन विश्वविद्यालय में चल चुका है।³⁴ इसके ऊपर काफ़ी सामग्री मिलती है।

शुल्ब सूत्र की विधि से ज्यामिति सिखाने की विधि हिन्दुस्तान में कई जगह आजमायी जा चुकी है, नासिक में 40 स्कूलों के साथ, चामराजनगर और गुंडूलुपेट में, इन्दौर में भी।³⁵ इस पर एक पाठ्यपुस्तक भी तैयार है।³⁶

समापन सारांश

1. गणित पढ़ायें मैथमेटिक्स नहीं। गणित आसान है, व्यावहारिक है, सेक्युलर है।
2. मैथमेटिक्स मज़हबी है। खास तौर से चर्च की सोच (तार्किक God-ज्ञान) से जुड़ा है। प्रत्यक्ष इसलिए वर्जित है।

और इस कारण मैथमेटिक्स बहुत कठिन हो जाता है, $1+1=2$ भी। याद रखें मेरा दस लाख का इनाम।

3. मैथमेटिक्स के द्वारा चर्च का प्रचार किया जाता है। यूक्लिड चर्च का मुखौटा है, नकाब है। इसे हटा देने से मैथमेटिक्स में चर्च का चेहरा सामने आ जाता है। यूक्लिड की किताब में कोई भी तथ्य रहित सबूत नहीं हैं। यह केवल रहस्यवादी ज्यामिति की गलत पुनर्व्याख्या थी।
4. अगर शिक्षा नीति बदलनी है तो यह काम बन्द कमरे में समिति नहीं कर सकती। सामाजिक बहस या शास्त्रार्थ की ज़रूरत है गणित लाने के लिए या किसी भी मूल बदलाव के लिए।
5. कैलकुलस और ज्यामिति के लिए शैक्षणिक सामग्री उपलब्ध है, और यह तीन देशों में बहुत सालों से पढ़ाया जा चुका है।

सन्दर्भ

1. NCERT, गणित, <http://ncert.nic.in/textbook/textbook.htm?fhmh1=4-14>. (p. 85)
2. *Vedanga Jyotisa of Lagadha in its Rk and Yajus Recensions*, trans. T. S. Kuppana Sastry, ed. K. V. Sarma, Indian National Science Academy, Delhi, 1985. Rk 10-11. A bhamsa is approximately 0.1°
3. Samrat Jagannath, [1723] *Rekhaganita*, vol. 1, ed. K. P. Trivedi, Govt. Central Book Depot, Bombay, 1901
4. <http://ckraju.net/hps-aiu/flat-earth-in-Bible.txt>. इसके विपरीत हिन्दुस्तान में अवधारणा थी कि पृथ्वी गोल है यह भूगोल नाम से ही स्पष्ट है। आर्यभट्ट का कहना है (गोल 7) कि पृथ्वी कदम्ब के फूल के समान गोल है।
5. 'Idiots and IIT', <http://ckraju.net/blog/?p=41>
6. मैथमेटिक्स और गणित में फ़र्क है. नई दुनिया 25 मई 2013. <http://ckraju.net/press/2013/Naidunia-article.gif>.
7. <http://ckraju.net/press/2013/Indore-report-4-Navabharat.gif>.
8. Ganita vs formal math, <http://ckraju.net/papers/abstract-2-iiias.pdf>.
9. <https://www.youtube.com/watch?v=33bNGTMGJso>.
10. C. K. Raju, 'Computers, Mathematics Education, and the Alternative Epistemology of the Calculus in the Yuktibhāṣā', *Philosophy East and West* 51, no. 3 (2001): 325–362, <http://ckraju.net/papers/Hawaii.pdf>.
11. C. K. Raju, *Statistics for Social Science and Humanities: Should We Teach It Using Normal Math or Formal Math?*, 2020, <https://www.youtube.com/watch?v=A9Og1kZ5O4>
12. Raju, 'Computers, Mathematics Education, and the Alternative Epistemology of the Calculus in the Yuktibhāṣā'.

13. C. K. Raju, 'Benedict's Maledicts', Zmag, 2006, <https://zcomm.org/znetarticle/benedicts-maledicts-by-c-k-raju/>; also, 'Benedict's Maledicts', Indian Journal of Secularism 10, no. 3 (2006): 79–90
14. C. K. Raju, 'Logic', in *Encyclopedia of Non-Western Science, Technology and Medicine*, ed. Helaine Selin (Dordrecht: Springer, 2016 2008), <http://ckraju.net/papers/Nonwestern-logic.pdf>.
15. <http://ckraju.net/blog/?p=89>
16. Statistics for social science and humanities: should we teach it using normal or formal math. <https://www.youtube.com/watch?v=A9Og1k-Z5O4>
17. C. K. Raju, 'Eternity and Infinity: The Western Misunderstanding of Indian Mathematics and Its Consequences for Science Today', *American Philosophical Association Newsletter on Asian and Asian American Philosophers and Philosophies* 14, no. 2 (2015): 27–33.
18. C. K. Raju, "The curse on 'cyclic' time", *The Eleven Pictures of Time*, Sage. 2003, chp. 2
19. <https://www.youtube.com/watch?v=jltPVakOVLg>.
20. Plato, *Meno*, trans. B. Jowett, <http://classics.mit.edu/Plato/meno.html>.
21. Plato, *Republic*, Book 7, <http://classics.mit.edu/Plato/republic.8.vii.html>.
22. C. K. Raju, *Euclid and Jesus: How and Why the Church Changed Mathematics and Christianity across Two Religious Wars* (Penang: Multiversity and Citizens International, 2012)
23. Plato, *Phaedo*, <http://classics.mit.edu/Plato/phaedo.html>. "If you put a question to a person in a right way, he will give a true answer of himself; but how could he do this unless there were knowledge and right reason already in him? And this is most clearly shown when he is taken to a diagram or to anything of that sort."
24. <http://ckraju.net/blog/?p=173>
25. H. M. Taylor, *Euclid's Elements of Geometry* (Cambridge University Press, 1893)
26. David Hilbert, *The Foundations of Geometry* (The Open Court Publishing Co., La Salle, 1950)
27. C. K. Raju, 'Decolonising Mathematics', *AlterNation* 25, no. 2 (2018): 12–43b, <https://doi.org/10.29086/2519-5476/2018/v25n2a2>
28. "Pre-colonial appropriations of Indian ganita: epistemic lessons." <http://ckraju.net/papers/ckr-indology-abstract.pdf>.
29. "Was Euclid a black woman?" <http://ckraju.net/blog/?p=189>
30. Raju, 'Decolonising Mathematics'.
31. C. K. Raju, 'Kosambi the Mathematician', *Economic and Political Weekly* 44, no. 20 (16 May 2009): 33–45, <https://www.epw.in/journal/2009/20/special-articles/kosambi-mathematician.html>.
32. Raju, 'Decolonising Mathematics'.
33. <http://ckraju.net/issa/conversation-draft-minutes.html>.
34. K. Raju, 'Teaching Mathematics with a Different Philosophy. 1: Formal Mathematics as Biased Metaphysics', *Science and Culture* 77, no. 7–8 (2011): 274–279, arXiv:1312.2099; C. K. Raju, 'Teaching Mathematics with a Different Philosophy. 2: Calculus without Limits', *Science and Culture* 7, no. 7–8 (2011): 280–285, arXiv:1312.2100.
35. <http://ckraju.net/blog/?p=155>, <http://ckraju.net/blog/?p=156>
36. C. K. Raju, *Raju Ganita: String Geometry for Class IX*, 2020.